

МОСКОВСКИЙ ИНСТИТУТ
ОТКРЫТОГО ОБРАЗОВАНИЯ

МИОО
www.mioo.ru

И.В. Яценко, С.А. Шестаков, П.И. Захаров

МАТЕМАТИКА



ТЕМАТИЧЕСКАЯ РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ

учени _____ класса _____

_____ ШКОЛЫ _____

- Диагностические тесты
- Тематические задания
- Контрольные варианты
- Ответы



ЭКЗАМЕН

УНИКАЛЬНАЯ МЕТОДИКА ПОДГОТОВКИ,
РАЗРАБОТАННАЯ СПЕЦИАЛИСТАМИ МИОО

ЕДИНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН

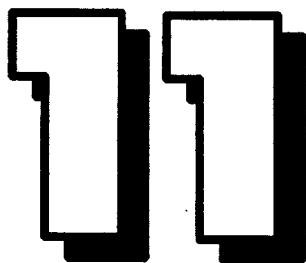
И.В. Ященко, С.А. Шестаков, П.И. Захаров

МАТЕМАТИКА

ТЕМАТИЧЕСКАЯ РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ

для подготовки к экзамену

Рекомендовано МИОО



Диагностические тесты

Тематические задания

Контрольные варианты

Ответы

Издательство МЦНМО

*Издательство
«ЭКЗАМЕН»*

МОСКВА
2010

УДК 373:51
ББК 22.1я72
Я97

Яценко, И.В., Шестаков, С.А., Захаров, П.И.

Я97 ЕГЭ. Математика. Тематическая рабочая тетрадь. 11 класс / И.В. Яценко, С.А. Шестаков, П.И. Захаров. — М.: МЦНМО, Издательство «Экзамен», 2010. — 96 с.

ISBN 978-5-377-03033-1

ISBN 978-5-94057-546-7

Тематическая рабочая тетрадь по математике предназначена для подготовки к Единому государственному экзамену, организации и проведения итогового повторения, диагностики проблемных зон в знаниях старшеклассников и последующей коррекции.

Настоящее учебно-методическое пособие написано в соответствии с утвержденными демоверсией и спецификацией ЕГЭ по математике 2010 года. Оно содержит подробный разбор структуры экзамена, позадачные комментарии и тренинги, диагностические работы в формате ЕГЭ.

Уникальная методика подготовки апробирована в Московском институте открытого образования и сотнях школ различных регионов России при организации подготовки к Единому государственному экзамену. Пособие позволяет проверить навыки решения задач, качество усвоения материала, выстроить индивидуальные траектории повторения и эффективно подготовиться к сдаче ЕГЭ.

Пособие адресовано учащимся старших классов и их родителям, учителям математики и методистам.

УДК 373:51
ББК 22.1я72

Яценко Иван Валериевич
Шестаков Сергей Алексеевич, Захаров Пётр Игоревич

МАТЕМАТИКА

Тематическая рабочая тетрадь 11 класс

Издательство Московского центра непрерывного математического образования
119002, Москва, Бол. Власьевский пер., 11. Тел. (499) 241-72-85; (495) 745-80-31

Редактор *Т.Л. Коробкова*. Технический редактор *Т.В. Фатюхина*
Корректор *Т.Л. Коробкова*. Дизайн обложки *И.Р. Захаркина*
Компьютерная верстка *В.Ю. Радионов*

Издательство «ЭКЗАМЕН»
Гигиенический сертификат № 77.99.60.953.Д.000454.01.09 от 27.01.2009 г.

105066, Москва, ул. Нижняя Красносельская, д. 35, стр. 1.
www.examen.biz

E-mail: по общим вопросам: info@examen.biz; по вопросам реализации: sale@examen.biz;
тел./факс 641-00-30 (многоканальный)

Формат 70x108/16. Гарнитура «Школьная». Бумага газетная. Уч.-изд. л. 4,11.
Усл. печ. л. 12,0. Тираж 30 000 экз. Заказ №

Общероссийский классификатор продукции ОК 005-93, том 2; 953005 — книги, брошюры, литература учебная

ISBN 978-5-377-03033-1
ISBN 978-5-94057-546-7

© Яценко И.В., Шестаков С.А., Захаров П.И., 2010
© МЦНМО, 2010
© Издательство «ЭКЗАМЕН», 2010

Содержание

Вместо предисловия:	
ЕГЭ по математике и как к нему готовиться	4
Диагностическая работа №1	23
Диагностическая работа №2	25
Тематические задания. Комплект 1	
Задание 1	29
Задание 2	30
Задание 3	32
Задание 4	33
Задание 5	34
Задание 6	37
Задание 7	40
Задание 8	41
Задание 9	45
Задание 10	47
Задание 11	49
Задание 12	50
Диагностическая работа №3	51
Диагностическая работа №4	53
Тематические задания. Комплект 2	
Задание 1	57
Задание 2	58
Задание 3	60
Задание 4	61
Задание 5	62
Задание 6	65
Задание 7	68
Задание 8	69
Задание 9	73
Задание 10	75
Задание 11	77
Задание 12	78
Диагностическая работа №5	80
Диагностическая работа №6	83
Диагностическая работа №7	86
Диагностическая работа №8	89
Диагностическая работа №9	92
Ответы	95

Вместо предисловия: ЕГЭ по математике и как к нему готовиться

**(рекомендации для выпускников и учителей
с разбором задач)**

В 2010 году Единый государственный экзамен по математике будет проводиться в форме, несколько отличающейся от той, которая использовалась ранее. Формальные отличия заключаются в числе частей экзамена (теперь их две вместо трех), количестве задач, которое уменьшилось почти на треть (теперь их всего 18), видах заданий (исключены задания с выбором ответа). Стали более четко оформленными «школьная» (первая, состоящая из 12 задач В1–В12 с кратким ответом) и «вузовская» (вторая, в которой 6 задач С1–С6 с полным решением) части экзамена.

Изменение формы и отчасти идеологии экзамена требует, как представляется очевидным, более полного описания типов и особенностей заданий демоверсии и открытого банка задач (предполагается, что из него будут браться задания для формирования части I экзамена, т.е. задач В1–В12), которые целесообразно проиллюстрировать примерами решения. Такому описанию, снабженному примерами решения задач, аналогичных задачам демоверсии, и посвящена эта вводная часть пособия. Надеемся, что она окажется полезной как выпускникам, так и учителям старшей школы, позволив им лучше ориентироваться в предстоящей итоговой аттестации.

Отметим, что в настоящее пособие, которое предназначено для организации итогового повторения и завершающего этапа подготовки к экзамену, включены как задания, которые, на наш взгляд, несколько проще возможных задач ЕГЭ, так и задания, которые несколько сложнее этих задач. Все задания сгруппированы в диагностические работы и тематические тренинги. При подготовке к решению заданий части В следует вначале проверить свои силы, решив одну-две первые диагностические работы, для того чтобы выявить проблемные зоны в своих знаниях и навыках решения задач, затем повторить вызвавший затруднения материал по учебнику, решить последовательно соответствующие тренинги, и перейти к следующим диагностическим работам для оценки успешности повторения и закрепления навыков решения задач части I экзаменационной работы. Готовиться к решению задач части С лучше по учебникам для специализированных классов и учебникам профильного уровня; а также по проверенным временем пособиям для поступающих в вузы.

Часть I

Общие рекомендации

**При решении задач части I
Единого государственного экзамена
и проверке своих решений
важно помнить следующее.**

- Проверка ответов осуществляется компьютером после сканирования бланка ответов и сопоставления результатов сканирования с правильными ответами. Поэтому цифры в бланке ответов следует писать разборчиво и строго в соответствии с инструкцией по заполнению бланка (с тем чтобы, например, 1 и 7 или 8 и В распознавались корректно). К сожалению, ошибки сканирования полностью исключить нельзя, поэтому если вы уверены в задаче, за которую получили минус, нужно идти на апелляцию.
- Ответом к задаче может быть только целое число или конечная десятичная дробь. Ответ, зафиксированный в иной форме, будет распознан как неправильный. Поэтому если результатом решения задачи явилась обыкновенная дробь, например, $\frac{3}{4}$, перед записью ответа в бланк ее нужно обратить в десятичную, т.е. в ответе написать 0,75.
- Единицы измерения (в каких именно единицах должен быть дан ответ, указывается в условии задачи) в бланке ответов писать не нужно, в противном случае сканер, вероятно, распознает ответ как неправильный.

Задание В1

Тип задания. Задание на вычисление.

Характеристика задания. Задание, моделирующее реальную или близкую к реальной ситуацию. Для решения задачи достаточно уметь выполнять арифметические действия, делать прикидку и оценку, знать, что процент — это одна сотая часть числа.

Комментарий. Как ни странно, «подводным камнем» (6% неправильных ответов) в этой задаче является, по-видимому, ее простота. Не следует искать здесь какого-то подвоха, это действительно очень простое задание.

Пример с решением. Конфета стоит 4 руб. 30 коп. Какое наибольшее число конфет можно купить на 50 рублей?

РЕШЕНИЕ. Решать задачу можно по-разному. Например, поделив 50 на 4,3 с остатком и получив в качестве целой части 11.

Можно сделать прикидку, сообразив, что 10 конфет стоят 43 рубля и, чтобы при покупке не выйти за пределы 50 рублей, добавить к этим 10 конфетам можно еще только одну.

ОТВЕТ. 11.

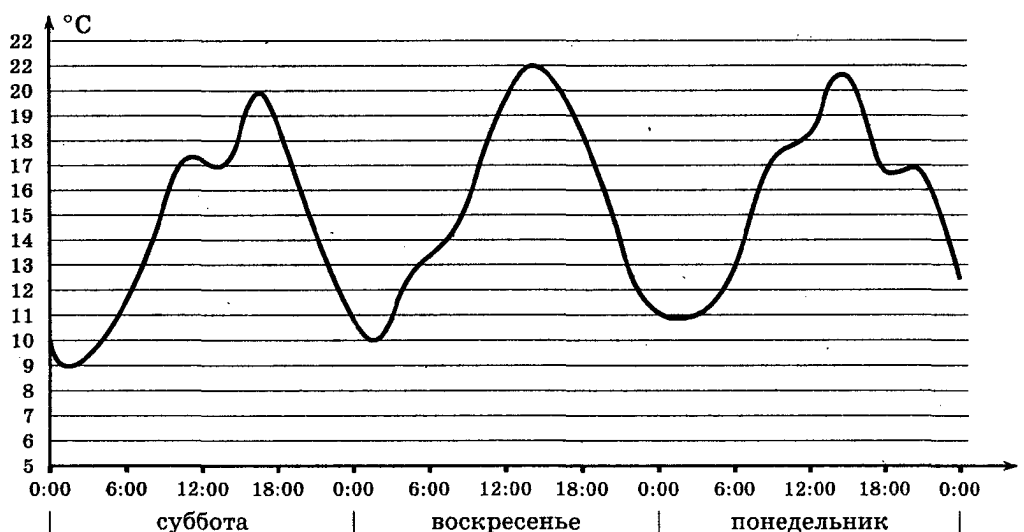
Задание В2

Тип задания. Задание на чтение графика функции.

Характеристика задания. Задание, моделирующее реальную или близкую к реальной ситуацию. График характеризует изменение в зависимости от времени некоторой величины (температуры, стоимости акций и т.д.) Как правило, в задании требуется найти наибольшее (наименьшее) значение этой величины, разность между наибольшим и наименьшим значением (возможно, за определенный период времени).

Комментарий. Как и в предыдущем задании, основным «подводным камнем» (те же 6% неправильных ответов) является, по видимому, простота задачи. Кроме того, иногда по ошибке вычисляют разность между наименьшим и наибольшим значением, вместо требуемой разности между наибольшим и наименьшим значением получая в качестве ответа целое отрицательное число.

Пример с решением. На графике показано изменение температуры воздуха (в градусах Цельсия) в некотором населенном пункте на протяжении трех суток сентября. На оси абсцисс отмечается время суток, на оси ординат — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по графику разницу между наибольшим и наименьшим значением температуры в воскресенье. Ответ дайте в градусах Цельсия.



РЕШЕНИЕ. Наибольшая температура в воскресенье составила 22°C , а наименьшая 10°C , поэтому разница температур равна 12°C .
ОТВЕТ. 12.

Задание В3

Тип задания. Уравнение.

Характеристика задания. Несложное показательное, логарифмическое или иррациональное уравнение.

Комментарий. Уравнение сводится в одно действие к линейному или квадратному (в этом случае в ответе нужно указать только один из корней — меньший или больший). Неправильные ответы связаны в основном с арифметическими ошибками.

Пример с решением. Решить уравнение $\left(\frac{1}{6}\right)^{12-7x} = 36$.

РЕШЕНИЕ. Приведя левую и правую части уравнения к степеням числа 6, получим уравнение $6^{7x-12} = 6^2$, откуда $7x - 12 = 2$, и, значит, $x = 2$.

ОТВЕТ. 2.

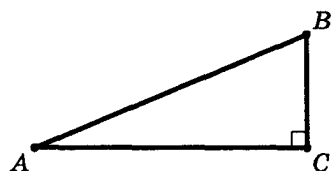
Задание В4

Тип задания. Задание на вычисление элементов прямоугольного треугольника.

Характеристика задания. Задача на вычисления элементов прямоугольного треугольника, связанные с определениями тригонометрических функций острых углов прямоугольного треугольника, в том числе по готовому чертежу.

Комментарий. Для решения задачи достаточно знать определения синуса, косинуса и тангенса острого угла прямоугольного треугольника, основное тригонометрическое тождество и теорему Пифагора.

Пример с решением. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\sin A = \frac{5}{13}$, $AC = 12$. Найдите BC .



РЕШЕНИЕ. Задачу можно решить несколькими способами. Например, так: поскольку $\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{5}{13}$, можно обозначить $BC = 5x$, $AB = 13x$. По теореме Пифагора $(5x)^2 + 12^2 = (13x)^2$, откуда, учитывая, что длина стороны положительна, $x = 1$ и, следовательно, $BC = 5$. Можно также, например, зная $\sin A$, найти, пользуясь тригонометрическими формулами, $\operatorname{tg} A$ и затем длину BC .

ОТВЕТ. 5.

Задание В5

Тип задания. Задание на анализ практической ситуации.

Характеристика задания. Несложная текстовая задача (возможно, с табличными данными) на оптимальное решение, моделирующая реальную или близкую к реальной ситуацию.

Комментарий. Чтобы решить задачу, достаточно вычислить стоимость товара с транспортировкой для каждой из трех указанных в условии фирм (поставщиков, провайдеров и т.п.) и в ответе указать наименьшую из них. Будьте аккуратны при записи ответа, поскольку числа могут оказаться довольно большими, и неправильная запись одной разрядной единицы приведет к неправильному ответу. Также не старайтесь получить ответ, просто выбрав поставщика с меньшей ценой — обязательно найдите стоимость товара для каждого поставщика с учетом всех условий задачи.

Пример с решением. Для ремонта квартиры нужно приобрести 73 квадратных метра паркетной доски. В таблице указаны цены за квадратный метр, условия доставки и дополнительные условия каждой из трех фирм, работающих в городе. У какой из них покупка с доставкой окажется наиболее выгодной? В ответе укажите, сколько рублей придется заплатить за самую дешевую покупку с доставкой.

Поставщик	Цена паркетной доски (руб. за м ²)	Стоимость доставки (руб.)	Дополнительные условия
А	2850	4600	
Б	3000	4400	При заказе на сумму более 200 000 руб. доставка бесплатно
В	2900	4500	При заказе на сумму более 210 000 руб. доставка бесплатно

РЕШЕНИЕ. Стоимость покупки у фирмы А складывается из стоимости самой паркетной доски, равной $2850 \cdot 73 = 208\,050$ рублям, и стоимости доставки, равной 4600 рублям, т.е. составляет 212 650 рублей. Стоимость покупки у фирмы Б совпадает со стоимостью самой паркетной доски, равной $3000 \cdot 73 = 219\,000$ рублям (доставка в этом случае бесплатна). Стоимость покупки у фирмы В также совпадает со стоимостью самой паркетной доски, равной $2900 \cdot 73 = 211\,700$ рублям. Таким образом, наиболее выгодна для покупателя покупка у фирмы В.

ОТВЕТ. 211 700.

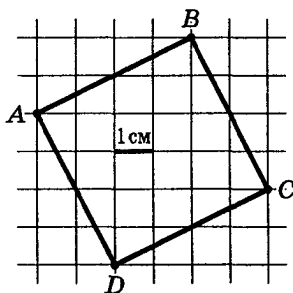
Задание В6

Тип задания. Вычисление площади плоской фигуры.

Характеристика задания. Задание на вычисление площади треугольника, четырехугольника, круга и его частей, в том числе по данным рисунка, представляющего собой изображение фигуры, площадь которой требуется найти, на клетчатой бумаге (сетке) со стороной клетки 1.

Комментарий. Площадь искомой фигуры может быть найдена по известной формуле. Например, для треугольника или параллелограмма во многих случаях достаточно провести мысленно высоту к одной из сторон. Выбирать в качестве стороны и высоты нужно те, длины которых выражаются целым числом делений сетки. В некоторых случаях для вычисления недостающих элементов можно использовать теорему Пифагора. Ряд задач можно решить, разбив фигуру на части, вычисление площадей которых не представляет труда, или заметив, что фигура сама является частью другой фигуры, а площадь последней можно найти почти сразу.

Пример с решением. Найдите площадь квадрата, изображенного на клетчатой бумаге со стороной клетки 1 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



РЕШЕНИЕ. Площадь квадрата равна квадрату его стороны, а квадрат стороны в данном случае можно найти по теореме Пифагора, он будет равен $4^2 + 2^2$, т.е. 20.

ОТВЕТ. 20.

Задание В7

Тип задания. Задача на вычисление.

Характеристика задания. Задача на вычисление значения логарифмического выражения.

Комментарий. Для решения задачи достаточно знать определение и простейшие свойства логарифмов и степеней.

Пример с решением. Найдите значение выражения

$$(7^{\log_5 75})^{\log_7 5}.$$

РЕШЕНИЕ. Поскольку $(a^b)^c = (a^c)^b$, данное выражение можно преобразовать так:

$$(7^{\log_5 75})^{\log_7 5} = (7^{\log_7 5})^{\log_5 75} = 5^{\log_5 75} = 75.$$

ОТВЕТ. 75.

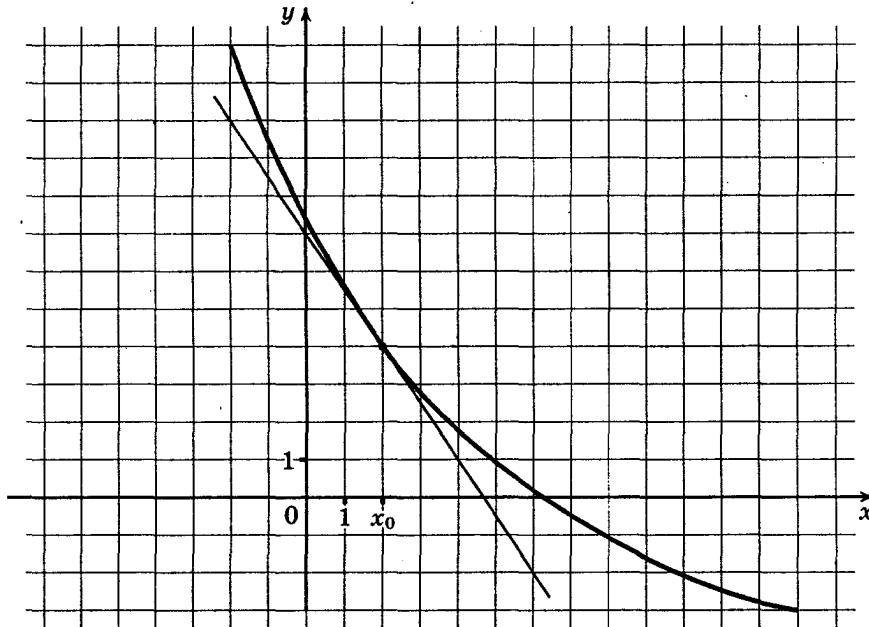
Задание В8

Тип задания. Задание на вычисление производной.

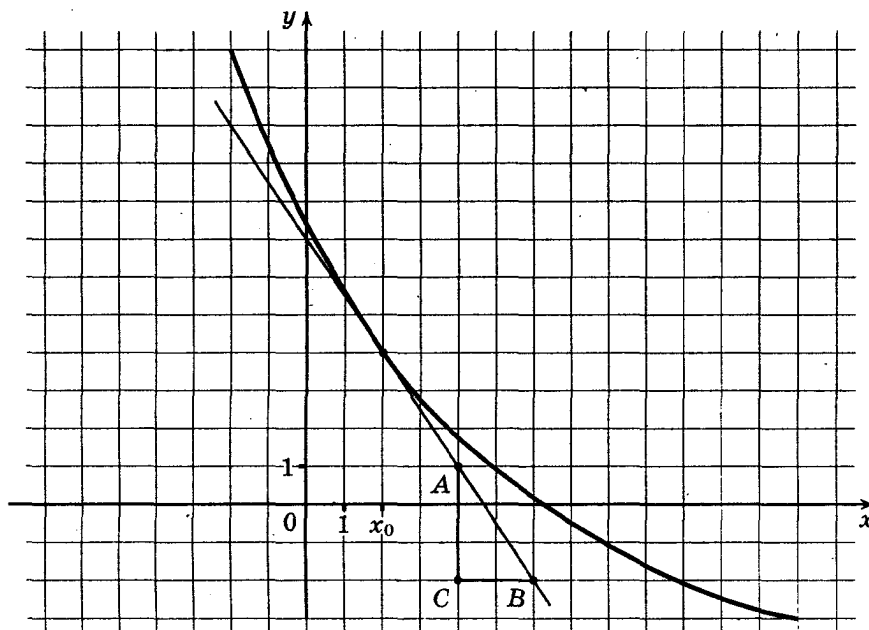
Характеристика задания. Ставшая традиционной для ЕГЭ по математике задача на вычисление производной по данным приводимого в условии рисунка, представляющего собой изображенные на клетчатой бумаге график функции и касательную к нему. Иногда на рисунке может быть изображен только график функции, а касательная задана описанием. Метод решения от этого не меняется и основывается на геометрическом смысле производной.

Комментарий. Решение задачи состоит в вычислении углового коэффициента касательной, т.е. тангенса угла, который она образует с положительным направлением оси абсцисс. Для этого достаточно найти отрезок касательной с концами в вершинах клеток и, считая его гипотенузой прямоугольного треугольника, найти отношение катетов. «Подводный камень»: если угол тупой, то его тангенс отрицателен, поэтому не забудьте написать в ответе знак минус.

Пример с решением. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной $f'(x)$ в точке x_0 .



РЕШЕНИЕ. Найдем какой-нибудь отрезок касательной с концами в вершинах клеток, например AB (см. рисунок внизу), и рассмотрим прямоугольный треугольник ABC с гипотенузой AB . Согласно геометрическому смыслу производной, искомое значение $f'(x_0)$ равно угловому коэффициенту касательной, проведенной к графику функции $y = f(x)$ в точке графика с абсциссой x_0 . Угловым коэффициентом касательной равен тангенсу угла, который она образует с положительным направлением оси абсцисс. В данном



случае этот угол тупой, поэтому искомое значение производной будет отрицательным. Поскольку прямая CB параллельна оси абсцисс, а при параллельном переносе любой из двух прямых угол между ними не меняется, то достаточно найти тангенс угла ABC и в ответе записать его значение со знаком «минус»:

$$\operatorname{tg} \angle ABC = \frac{AC}{BC} = \frac{3}{2}.$$

ОТВЕТ. $-1,5$.

Задание В9

Тип задания. Задание на вычисление площадей поверхностей или объемов многогранников и тел вращения.

Характеристика задания. Несложное задание по стереометрии на применение основных формул, связанных с вычислением площадей поверхностей или объемов многогранников (пирамид и призм) или тел вращения (цилиндров, конусов, шаров), в том числе вписанных или описанных около других многогранников или тел вращения.

Комментарий. Для решения задачи достаточно знать формулы площадей поверхности и объемов пирамиды, призмы, цилиндра, конуса и шара.

Пример с решением. В цилиндрический сосуд налили 1 литр воды. После того как в сосуд положили камень, который погрузился в воду полностью, уровень воды повысился на $\frac{1}{4}$ по сравнению с тем, который был до этого. Найдите объем камня. Ответ дайте в кубических сантиметрах (1 литр равен 1000 см^3).

РЕШЕНИЕ. Пусть S — площадь основания сосуда, а h — уровень воды до того, как положили камень. Тогда вода сначала занимала объем $S \cdot h = 1000 \text{ см}^3$. Объем камня равен объему вытесненной воды, т.е. объему цилиндра с тем же основанием S и высотой $h/4$. Значит, объем камня равен $S \cdot h/4 = 1000/4 = 250 \text{ см}^3$.

ОТВЕТ. 250.

Задание В10

Тип задания. Анализ практической ситуации, приводящей к решению неравенства или уравнения.

Характеристика задания. Текстовое задание, моделирующее реальную или близкую к реальной ситуацию (например, физические, химические и др. процессы).

Комментарий. По условию задачи требуется составить и решить линейное или квадратное неравенство, после чего в ответе записать искомую величину.

Пример с решением. Высота h отскочившего от земли мяча меняется по закону $h(t) = 5t - 2t^2$ (высота измеряется в метрах, время t — в секундах). Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее двух метров от поверхности земли?

РЕШЕНИЕ. Составим по условию задачи неравенство и решим его: $5t - 2t^2 \geq 2$, откуда $2t^2 - 5t + 2 \leq 0$. Корнями квадратного трехчлена в левой части последнего неравенства являются числа 0,5 и 2, и, значит, решение неравенства — отрезок $[0,5; 2]$. Таким образом, мяч находился на высоте не менее двух метров от поверхности земли с момента времени $t_1 = 0,5$ (с) до момента времени $t_2 = 2$ (с) включительно, т.е. всего $2 - 0,5 = 1,5$ секунды.

ОТВЕТ. 1,5.

Задание В11

Тип задания. Задание на исследование функций с помощью производной.

Характеристика задания. Задание на вычисление с помощью производной точек экстремума данной функции или наибольшего (наименьшего) значения данной функции на данном отрезке. Производная в некоторых задачах может быть задана графиком.

Комментарий. Решение задания связано с нахождением при помощи производной точек минимума (максимума) заданной функции или ее наименьшего (наибольшего) значения на отрезке. При этом возможны два основных случая: либо производная задана графиком, либо функция задана формулой. Если производная задана графиком, то на тех промежутках, где он расположен выше оси абсцисс (т.е. производная положительна), функция возрастает; на тех промежутках, где он расположен ниже оси абсцисс (т.е. производная отрицательна), функция убывает. Точки, в которых график производной пересекает ось абсцисс (т.е. точки, в которых производная меняет знак), являются точками экстремума. Если функция задана формулой, то при нахождении наибольшего (наименьшего) значения функции на отрезке можно использовать стандартный алгоритм.

Пример с решением. Найдите наибольшее значение функции $y = 19 - 2 \cos x - \frac{18}{\pi}x$ на отрезке $[-\frac{2\pi}{3}; 0]$.

РЕШЕНИЕ. Найдем производную данной функции:

$$y' = 2 \sin x - \frac{18}{\pi}.$$

Поскольку $\frac{18}{\pi} > 3$, а $2 \sin x < 3$, то значение производной отрицательно при любом значении x . Поэтому функция $y = 19 - 2 \cos x - \frac{18}{\pi}x$ убывает на всей числовой оси и, значит, достигает своего наибольшего значения на отрезке в левом конце отрезка, т.е. в точке $-\frac{2\pi}{3}$. Найдем это наибольшее значение:

$$y\left(-\frac{2\pi}{3}\right) = 19 - 2 \cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) - \frac{18}{\pi} \cdot \left(-\frac{2\pi}{3}\right) = 19 + 1 + 12 = 32.$$

ОТВЕТ. 32.

Задание В12

Тип задания. Задача на составление уравнения.

Характеристика задания. Традиционная «текстовая» задача (на движение, работу и т.п.), т.е. задача на составление уравнения.

Комментарий. В качестве неизвестной, как правило, лучше выбирать искомую величину. Составленное уравнение сводится в большинстве случаев к квадратному или линейному.

Пример с решением. Моторная лодка прошла 80 км от пункта А до пункта В и после трехчасовой стоянки вернулась обратно, затратив на весь путь 12 часов. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 2 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

РЕШЕНИЕ. Обозначим скорость лодки в неподвижной воде через x (км/ч). Очевидно, что $x > 2$. Тогда время, затраченное лодкой на путь по течению, равно $\frac{80}{x+2}$ ч, а время, затраченное на путь против течения, равно $\frac{80}{x-2}$ ч. Составим по условию задачи уравнение $\frac{80}{x+2} + \frac{80}{x-2} + 3 = 12$, откуда $\frac{80}{x+2} + \frac{80}{x-2} = 9$. Умножив обе части последнего уравнения на $(x-2)(x+2)$, получим $80(x-2) + 80(x+2) = 9(x^2 - 4)$. Раскроем скобки, перенесем все слагаемые в правую часть, приведем подобные и запишем полученное квадратное уравнение $9x^2 - 160x - 36 = 0$. Корнями уравнения являются числа $-\frac{2}{9}$ и 18, из которых только второе больше 2.

ОТВЕТ. 18.

Часть II

Общие рекомендации

Каждая из задач С1–С6 оценивается 2, 3 или 4 баллами. Максимальный балл выставляется за полное обоснованное решение. При этом можно использовать любые утверждения и факты из школьных учебников без дополнительных обоснований или пояснений. Постарайтесь, чтобы ваше решение было понятно не только вам, но и любому другому компетентному человеку, в частности, проверяющему.

Даже если вы не можете полностью решить задачу, постарайтесь продвинуться в ее решении, сделать хотя бы часть задачи: вполне вероятно, что ваши усилия окажутся оцененными — разумеется, не максимальным числом баллов, но на Едином экзамене и один балл за задачу будет далеко не лишним.

Задание С1

Тип задания. Система уравнений.

Характеристика задания. Относительно несложная система уравнений. Может содержать тригонометрические функции, логарифмы, степени, корни, показательную функцию.

Комментарий. Решение по силам большинству хорошо успевающих по математике учащихся. Как правило, в одном из уравнений делается замена переменной, уравнение сводится к квадратному, находятся его корни, что после обратной замены позволяет найти одну из данных переменных или простейшую функцию от нее. При этом второму уравнению (из которого можно будет найти оставшуюся неизвестную) удовлетворяют не все найденные значения переменной, поэтому при подстановке и отборе значений для нее требуется внимание и аккуратность.

Пример с решением. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 5 \cdot 5^{\operatorname{tg} y} + 4 = 5^{-\operatorname{tg} y}, \\ \sqrt{x-5} + 4 \cos y = 0. \end{cases}$$

РЕШЕНИЕ. Умножим обе части первого уравнения системы на $5^{\operatorname{tg} y}$ и перенесем все члены уравнения в левую часть: $5 \cdot 5^{2 \operatorname{tg} y} + 4 \cdot 5^{\operatorname{tg} y} - 1 = 0$. Обозначив $5^{\operatorname{tg} y}$ через t ($t > 0$), получим квадратное относительно t уравнение $5t^2 + 4t - 1 = 0$. Корнями последнего уравнения являются числа -1 и $\frac{1}{5}$, из которых только второе положительно. Сделаем обратную замену: $5^{\operatorname{tg} y} = \frac{1}{5}$, откуда $\operatorname{tg} y = -1$. Из второго уравнения системы следует, что $\cos y$ не может быть положительным (иначе уравнение не имеет решений,

поскольку его левая часть будет больше нуля при всех допустимых значениях переменной x). Из условий $\operatorname{tg} y = -1$ и $\cos y \leq 0$ следует, что $y = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$. В этом случае $\cos y = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ и второе уравнение системы принимает вид $\sqrt{x-5} - 2\sqrt{2} = 0$, откуда находим $x = 13$.

ОТВЕТ. $(13; \frac{3\pi}{4} + 2\pi n)$, $n \in \mathbb{Z}$.

Задание С2

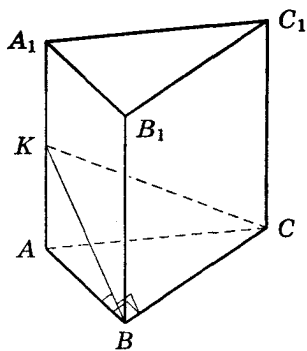
Тип задания. Стереометрическая задача.

Характеристика задания. Задание на вычисление отрезков, площадей, углов, связанных с многогранниками и телами вращения.

Комментарий. Задача по стереометрии, доступная любому успевающему ученику. Как правило, в задаче нужно найти длину отрезка, площадь, угол (между двумя прямыми, между прямой и плоскостью, между двумя плоскостями), связанные с призмой, пирамидой, цилиндром, конусом или шаром. Дополнительные построения минимальны (например, построение линейного угла «хорошего» двугранного угла и т.д.).

Пример с решением. Основанием прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ является прямоугольный треугольник ABC с гипотенузой AC . Найдите тангенс угла между плоскостью $A_1B_1C_1$ и плоскостью, проходящей через середину ребра AA_1 и прямую BC , если $AB = 4$, $BB_1 = 12$.

РЕШЕНИЕ. Пусть K — середина ребра AA_1 . Плоскости $A_1B_1C_1$ и ABC параллельны, поэтому искомый угол равен углу между плоскостями ABC и KBC . Поскольку из условия следует, что прямая BC перпендикулярна каждой из прямых AB и BB_1 , то она перпендикулярна плоскости AA_1B и, значит, перпендикулярна прямой BK этой плоскости. Поэтому угол KBA является линейным углом искомого двугранного угла, а его тангенс равен $\frac{AK}{AB} = \frac{6}{4} = 1,5$.



ОТВЕТ. 1,5.

Задание С3

Тип задания. Неравенство.

Характеристика задания. Логарифмическое неравенство, возможно, с переменным основанием.

Комментарий. Логарифмические неравенства с переменным основанием можно решать «традиционным» способом, рассматривая два случая (основание больше 1, основание положительно и меньше 1). Второй способ — применение метода интервалов. Третий способ основан на следующих простых утверждениях.

УТВЕРЖДЕНИЕ 1. Если числа p и q одного знака (т.е. $pq > 0$), то и числа pr и qr ($r \neq 0$) одного знака; обратно, если числа pr и qr одного знака, то и числа p и q одного знака.

УТВЕРЖДЕНИЕ 2. Если $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 1$, то числа $\log_b a$ и $a - 1$ — одного знака.

Утверждение 1 означает, что если числа p и q одного знака, то неравенства $pr > 0$ и $qr > 0$ равносильны. Вместе с утверждением 2 это позволяет при решении логарифмических неравенств вида $r(x) \log_{c(x)} a(x) > 0$ переходить (разумеется, записав необходимые ограничения) сначала к неравенству

$$r(x) \frac{\log_b a(x)}{\log_b c(x)} > 0$$

(где b — любое число, большее 1), а затем к неравенству

$$r(x) \frac{a(x) - 1}{c(x) - 1} > 0.$$

Таким образом, неравенство

$$r(x) \frac{\log_b a(x)}{\log_b c(x)} > 0$$

равносильно (при $b > 1$) системе

$$\begin{cases} r(x) \frac{a(x) - 1}{c(x) - 1} > 0, \\ a(x) > 0, \\ c(x) > 0. \end{cases}$$

При необходимости такой переход можно сделать несколько раз. Описанный алгоритм справедлив и для неравенств противоположного знака, и для нестрогих неравенств. Кроме того, при решении логарифмических неравенств часто оказывается полезным и следующее утверждение.

УТВЕРЖДЕНИЕ 3. Если $a > 0$, $b > 0$, $c > 1$, то числа $\log_c a - \log_c b$ и $a - b$ — одного знака.

Пример с решением. Решите неравенство

$$\log_{|x+2|}(4 + 7x - 2x^2) \leq 2.$$

РЕШЕНИЕ. Перейдем в левой части неравенства к любому числовому основанию, большему 1, например к основанию 2, и перенесем все слагаемые в левую часть:

$$\frac{\log_2(4 + 7x - 2x^2)}{\log_2|x+2|} - 2 \leq 0.$$

Выполним преобразования и запишем знаменатель дроби в виде разности логарифмов по одному основанию:

$$\frac{\log_2(4 + 7x - 2x^2) - \log_2|x+2|^2}{\log_2|x+2| - \log_2 1} \leq 0.$$

Перейдем к равносильной системе, воспользовавшись утверждением 3:

$$\begin{cases} \frac{(4 + 7x - 2x^2) - (x+2)^2}{|x+2| - 1} \leq 0, \\ 4 + 7x - 2x^2 > 0, \\ |x+2| > 0. \end{cases}$$

Воспользуемся тем, что числа $|a| - 1$ и $a^2 - 1$ одного знака. Полученная система приводится к виду

$$\begin{cases} \frac{-3x^2 + 3x}{(x+2)^2 - 1^2} \leq 0, \\ 2x^2 - 7x - 4 < 0, \\ |x+2| > 0, \end{cases}$$

откуда

$$\begin{cases} \frac{x(x-1)}{(x+1)(x+3)} \geq 0, \\ -0,5 < x < 4, \\ |x+2| > 0. \end{cases}$$

Последняя система легко решается методом интервалов.

ОТВЕТ. $(-0,5; 0] \cup [1; 4)$.

Задание С4

Тип задания. Планиметрическая задача.

Характеристика задания. Задача на вычисление длин, площадей, углов, связанных с плоскими фигурами.

Комментарий. Довольно сложная задача, часто требующая рассмотрения двух случаев.

Пример с решением. Окружности радиусов 4 и 9 касаются внешним образом, лежат по одну сторону от некоторой прямой и касаются этой прямой. Найдите радиус окружности, касающейся каждой из двух данных и той же прямой.

РЕШЕНИЕ. Рассмотрим вначале вспомогательную задачу: найдем расстояние между точками касания с некоторой прямой l двух окружностей радиусов r_1 (с центром O_1) и r_2 (с центром O_2), касающихся друг друга внешним образом (см. рис. 1), считая, что $r_1 > r_2$.

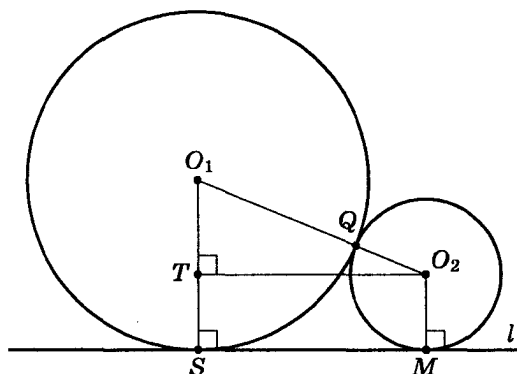


Рис. 1

Поскольку окружности касаются внешним образом, то расстояние O_1O_2 между их центрами равно сумме их радиусов. Длина отрезка O_1T равна разности радиусов, а искомое расстояние MS равно длине отрезка TO_2 , которую можно найти по теореме Пифагора:

$$TO_2 = \sqrt{(r_1 + r_2)^2 - (r_1 - r_2)^2} = 2\sqrt{r_1 r_2}.$$

Возможны два случая касания искомой окружности с центром O_3 и двух данных окружностей (рис. 2 и 3).

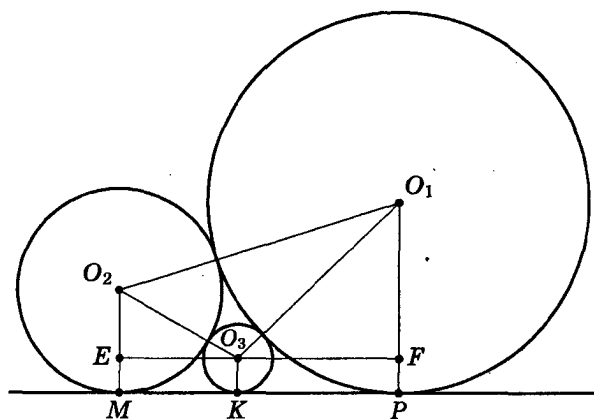


Рис. 2

Для случая, изображенного на рисунке 2, получаем $MP = EF = EO_3 + O_3F$, откуда в соответствии с рассмотренной выше вспомогательной задачей (через r_3 обозначен искомый радиус) получаем

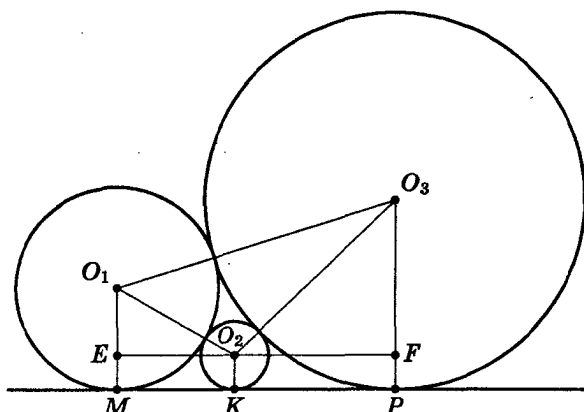


Рис. 3

равенство: $2\sqrt{r_1 r_2} = 2\sqrt{r_2 r_3} + 2\sqrt{r_3 r_1}$, откуда

$$\sqrt{r_3} = \frac{\sqrt{r_1 r_2}}{\sqrt{r_1} + \sqrt{r_2}} = \frac{6}{5}.$$

Аналогично, для случая, изображенного на рисунке 3, находим $2\sqrt{r_1 r_3} = 2\sqrt{r_1 r_2} + 2\sqrt{r_2 r_3}$, откуда

$$\sqrt{r_3} = \frac{\sqrt{r_1 r_2}}{\sqrt{r_1} - \sqrt{r_2}} = 6.$$

Таким образом, либо $r_3 = \frac{36}{25} = 1,44$, либо $r_3 = 36$.

ОТВЕТ. 1,44 или 36.

Задание С5

Тип задания. Задача с параметром.

Характеристика задания. Задача с параметром, требующая уверенного владения материалом и применения нескольких свойств и теорем.

Комментарий. Это задание, как и следующее за ним, является одним из самых сложных заданий Единого государственного экзамена по математике. Оно рассчитано прежде всего на тех, кто собирается продолжать образование в вузах с повышенными требованиями к математической подготовке абитуриентов (это не обязательно вузы, готовящие математиков, физиков, программистов, — к ним относится, например, и ряд экономических вузов). Если вы претендуете на высокий балл, то нужно постараться решить эту задачу или хотя бы продвинуться в решении как можно дальше. Для успешного решения задачи важно свободно оперировать изученными определениями, свойствами, теоремами, применять их в различных ситуациях, анализировать условие и находить возможные пути решения.

Пример с решением. Найти все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} 3 \cdot 2^{|y|} + 5|y| + 3x + 4 = 5y^2 + 3a, \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

РЕШЕНИЕ. Заметим, что если (x_0, y_0) — решение системы, то и $(x_0, -y_0)$ — решение системы. Следовательно, для единственности решения необходимо, чтобы выполнялось условие $-y_0 = y_0$, т.е. $y_0 = 0$. При $y = 0$ система примет вид

$$\begin{cases} 7 + 3x = 3a, \\ x^2 = 1. \end{cases}$$

Если $x = 1$, то $a = \frac{10}{3}$; если $x = -1$, то $a = \frac{4}{3}$. Итак, значениями параметра a , при которых данная система может иметь единственное решение, являются только $a = \frac{4}{3}$ и $a = \frac{10}{3}$.

Пусть $a = \frac{4}{3}$. Тогда данная система примет вид

$$\begin{cases} 3 \cdot 2^{|y|} + 5|y| = -3x + 5y^2, \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$$

Из второго уравнения этой системы следует, что $|x| \leq 1$, $|y| \leq 1$. Тогда $|y| \geq y^2$, $-3x \leq 3$. Кроме того, $3 \cdot 2^{|y|} \geq 3 \cdot 2^0 = 3$ при любом y . Таким образом, $3 \cdot 2^{|y|} \geq 3 \geq -3x$, $5|y| \geq 5y^2$. Следовательно, $3 \cdot 2^{|y|} + 5|y| \geq -3x + 5y^2$, причем равенство достигается только в случае, когда $3 \cdot 2^{|y|} = 3 = -3x$ и $5|y| = 5y^2$ одновременно. Получаем систему

$$\begin{cases} 3 \cdot 2^{|y|} = 3, \\ -3x = 3, \\ 5|y| = 5y^2, \\ x^2 + y^2 = 1, \end{cases}$$

откуда

$$\begin{cases} x = -1, \\ y = 0. \end{cases}$$

Значит, при $a = \frac{4}{3}$ данная система имеет единственное решение $(-1; 0)$.

Пусть теперь $a = \frac{10}{3}$. Тогда данная система примет вид

$$\begin{cases} 3 \cdot 2^{|y|} + 5|y| + 3x = 5y^2 + 6, \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$$

Заметим, что пары чисел $(0; 1)$ и $(1; 0)$ являются решениями этой системы. Таким образом, при $a = \frac{10}{3}$ система имеет более одного решения.

ОТВЕТ. $a = \frac{4}{3}$.

Задание С6

Тип задания. Задание на свойства целых чисел.

Характеристика задания. Задача, связанная со свойствами делимости целых чисел, логическим перебором.

Комментарий. Задание олимпиадного типа, рассчитанное на сильных учащихся. Постарайтесь продвинуться в его решении — для этого не требуется никаких специальных знаний, выходящих за рамки стандарта математического образования, однако необходимо проявить определенный уровень математической культуры, логического мышления, который формируется при решении задач профильного уровня на протяжении всего обучения в школе.

Пример с решением. Каждый из двух различных корней квадратного трехчлена $f(x) = x^2 + (3a + 10)x + 5b - 14$ и его значение при $x = 1$ являются простыми числами. Найдите a , b и корни трехчлена $f(x)$.

РЕШЕНИЕ. Обозначим $3a + 10 = p$, $5b - 14 = q$. Тогда значение трехчлена при $x = 1$ есть $f(1) = 1 + p + q$. Пусть x_1 и x_2 — корни трехчлена, $x_1 < x_2$. Воспользовавшись формулами Виета $x_1 \cdot x_2 = q$, $x_1 + x_2 = -p$, запишем выражение $f(1)$ в виде $f(1) = 1 - (x_1 + x_2) + x_1 \cdot x_2$ и преобразуем его, разложив правую часть на множители:

$$f(1) = 1 - x_1 - x_2 + x_1 \cdot x_2 = 1 - x_1 + x_2(x_1 - 1) = (x_1 - 1)(x_2 - 1).$$

Вспомним, что $f(1)$, x_1 и x_2 по условию являются простыми числами. Значит, числа $x_1 - 1$ и $x_2 - 1$ — натуральные и меньшее из них должно быть равно 1 (иначе $f(1)$ не будет простым). Следовательно, $x_1 - 1 = 1$, откуда $x_1 = 2$. Тогда $f(1) = x_2 - 1$, т.е. $x_2 - 1$ и x_2 — два последовательных простых числа, что возможно только если этими числами являются 2 и 3. Итак, $x_2 = 3$, поэтому $p = 3a + 10 = -5$, $q = 5b - 14 = 6$. Из двух последних равенств находим $a = -5$, $b = 4$.

ОТВЕТ. $a = -5$, $b = 4$, $x_1 = 2$, $x_2 = 3$.

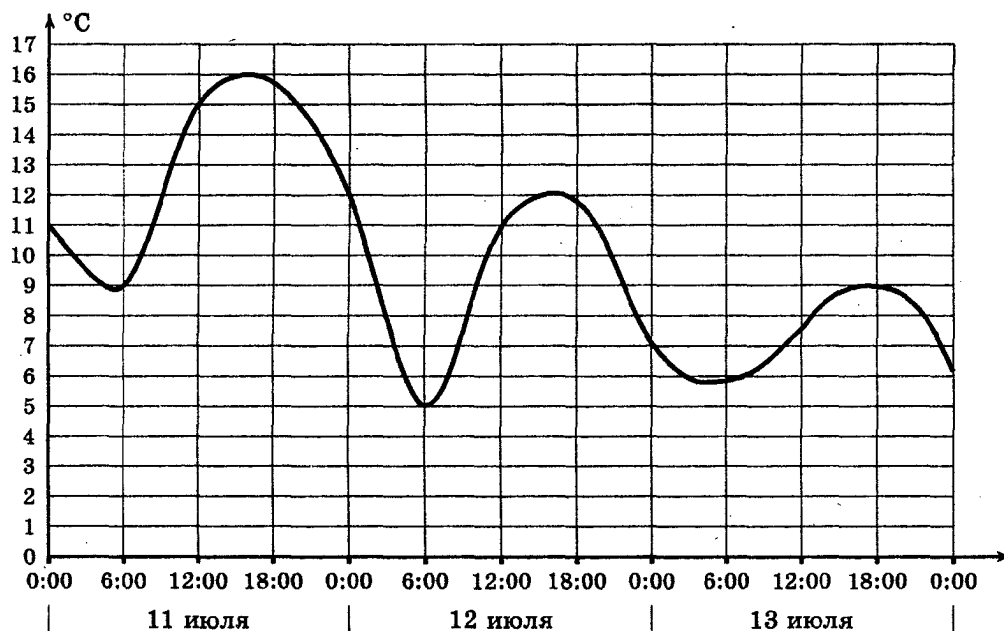
Диагностическая работа №1

B1. Школа закупает книги по цене 50 рублей за штуку. При покупке больше 10 штук магазин дает скидку 10%. Сколько книг можно купить на 1000 рублей?

■ B1

B2. На графике показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток, начиная с 0 часов 11 июля. На оси абсцисс отчается время суток, на оси ординат — значение температуры в градусах. Определите по графику, до какой наибольшей температуры прогрелся воздух 13 июля. Ответ дайте в градусах Цельсия.

■ B2



B3. Решите уравнение $\sqrt{7-x} = 4$.

■ B3

B4. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB = 39$, $\sin A = \frac{5}{13}$. Найдите AC .

■ B4

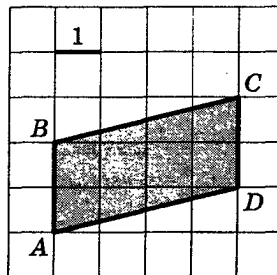
B5. Строительная фирма собирается приобрести 85 кубометров пеноблоков у одного из трех поставщиков. Цены на пеноблоки и условия доставки приведены в таблице. Какова наименьшая стоимость такой покупки с доставкой (в рублях)?

■ B5

Поставщик	Цена пеноблоков за 1 м ³	Стоимость доставки	Дополнительные условия
А	2700 руб.	15 000 руб.	При заказе на сумму больше 250 000 руб. доставка бесплатно
Б	2800 руб.	14 000 руб.	При заказе на сумму больше 150 000 руб. доставка бесплатно
В	2750 руб.	12 000 руб.	

B6 ■

B6. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$.

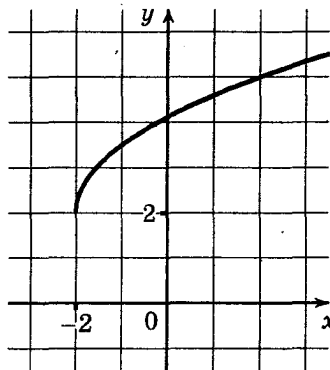


B7 ■

B7. Вычислите $\log_5 135 - \log_5 5,4$.

B8 ■

B8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Прямая, проходящая через точку $(-2; 4)$, касается этого графика в точке с абсциссой 2. Найдите $f'(2)$.



B9 ■

B9. Площадь полной поверхности данного правильного тетраэдра равна 80 см^2 . Найдите площадь полной поверхности правильного тетраэдра, ребро которого в 4 раза меньше ребра данного тетраэдра. Ответ дайте в см^2 .

B10 ■

B10. Высоту над землей подброшенного вверх камня можно вычислять по формуле $h(t) = 1,6 + 13t - 5t^2$, где t — время с момента броска в секундах, h — высота в метрах. Сколько секунд камень будет находиться на высоте более 6 метров?

B11 ■

B11. Найдите наибольшее значение функции $y = 11x + \cos x + 10$ на отрезке $[-\frac{\pi}{2}; 0]$.

B12 ■

B12. Товарный поезд, идущий со скоростью 30 км/ч , проезжает мимо придорожного столба за 36 секунд. Определите длину поезда (в метрах).

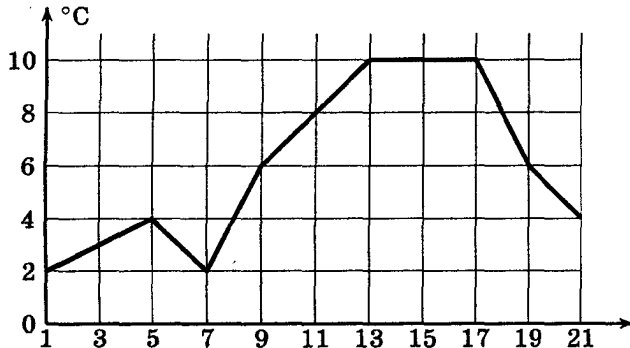
Диагностическая работа №2

В1. Пакет молока стоит 21 рубль 30 копеек. Сколько пакетов молока можно купить на 500 рублей?

■ В1

В2. Первый посев семян петрушки рекомендуется проводить в апреле при дневной температуре воздуха не менее $+6^{\circ}\text{C}$. На рисунке показан прогноз дневной температуры воздуха в первых трех неделях апреля. Определите, в течение скольких дней за этот период можно производить посев петрушки.

■ В2



В3. Решите уравнение $3^{x-3} = 27$.

■ В3

В4. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB = 104$, $\sin A = \frac{5}{13}$. Найдите AC .

■ В4

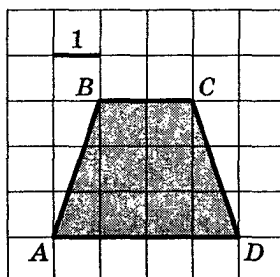
В5. Для транспортировки 50 тонн груза на 900 км можно использовать одного из трех перевозчиков. Стоимость перевозки и грузоподъемность автомобилей для каждого из них указаны в таблице. Сколько будет стоить самый дешевый вариант перевозки (в рублях)?

■ В5

Перевозчик	Стоимость перевозки одним автомобилем (на 100 км)	Грузоподъемность автомобилей (тонн)
А	3700 руб.	3,5
Б	4300 руб.	5
В	9800 руб.	12

В6. Найдите площадь трапеции $ABCD$.

■ В6

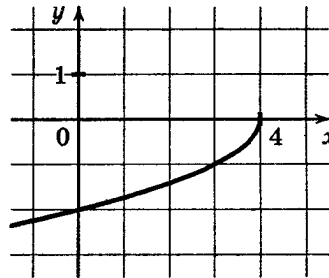


В7 ■

В7. Найдите значение выражения $\log_4 104 - \log_4 6,5$.

 В8 ■

В8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Прямая, проходящая через точку $(7; 1)$, касается этого графика в точке с абсциссой 3. Найдите $f'(3)$.

 В9 ■

В9. Площадь боковой поверхности конуса равна 16 см^2 . Радиус основания конуса уменьшили в 4 раза, а образующую увеличили в 2 раза. Найдите площадь боковой поверхности получившегося конуса. Ответ дайте в см^2 .

 В10 ■

В10. Коэффициент полезного действия некоторого двигателя определяется формулой $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$. При каком наименьшем значении температуры нагревателя T_1 (в градусах Кельвина) КПД этого двигателя будет не меньше 80% , если температура холодильника $T_2 = 200 \text{ К}$?

 В11 ■

В11. Найдите наименьшее значение функции $y = 2 \cos x - 11x + 7$ на отрезке $[-\pi; 0]$.

 В12 ■

В12. Брюки дороже рубашки на 30% и дешевле пиджака на 22% . На сколько процентов рубашка дешевле пиджака?

ТЕМАТИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

КОМПЛЕКТ

1

Задание 1

Подготовительные задания

- 1.1.** Найдите 20 % от числа 58.
- 1.2.** Какое число получится, если 170 увеличить на 30 % ?
- 1.3.** Кафельная плитка продается коробками по 6 м². Сколько коробок плитки нужно купить, чтобы хватило на облицовку стен площадью 35 м²?
- 1.4.** Билет в ботанический сад стоит 50 рублей. Сколько рублей сдачи нужно получить с 2000 рублей, заплаченных за проход 36 человек?
- 1.5.** Горные лыжи стоят 16 000 рублей. Сколько рублей будут стоить горные лыжи во время сезонной распродажи, когда на них объявлена скидка 20 % ?
- 1.6.** Какое минимальное количество восьмиместных шлюпок должно быть на корабле, на котором находятся 54 пассажира и 12 членов экипажа?
- 1.7.** Билет в музей стоит 150 рублей. Сколько билетов можно купить на 1300 рублей?
- 1.8.** Сколько автомобилей грузоподъемностью 5 тонн понадобится, чтобы перевезти за один рейс 72 тонны груза?

Зачетные задания

- 1.9.** Йогурт стоит 7 рублей 60 копеек. Какое максимальное количество йогуртов можно купить на 50 рублей?
- 1.10.** Шариковая ручка стоит 7 рублей. При покупке более 50 ручек на всю покупку начинает действовать скидка 20 %. Сколько рублей нужно заплатить при покупке 120 ручек?

■ 1.1

■ 1.2

■ 1.3

■ 1.4

■ 1.5

■ 1.6

■ 1.7

■ 1.8

■ 1.9

■ 1.10

Задание 2

Подготовительные задания



На рисунке изображен график колебания температуры в течение первых 20 дней апреля. По горизонтальной оси отложены дни, а по вертикальной — среднесуточная температура воздуха.

 2.1 ■

2.1. Какой была среднесуточная температура воздуха 6 апреля? Ответ дайте в градусах Цельсия.

 2.2 ■

2.2. Какого числа среднесуточная температура воздуха в первый раз достигла 7°C ?

 2.3 ■

2.3. Какого числа среднесуточная температура воздуха была максимальной?

 2.4 ■

2.4. Какого числа среднесуточная температура воздуха была минимальной?

 2.5 ■

2.5. Какой была максимальная среднесуточная температура воздуха? Ответ дайте в градусах Цельсия.

 2.6 ■

2.6. Какой была минимальная среднесуточная температура воздуха? Ответ дайте в градусах Цельсия.

 2.7 ■

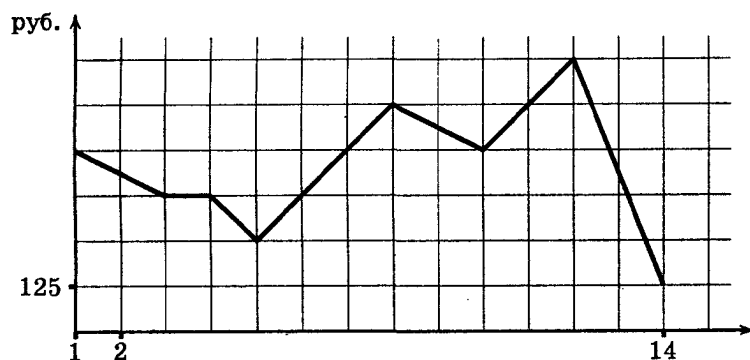
2.7. В течение скольких дней в этот интервал времени среднесуточная температура воздуха была равна $+6^{\circ}\text{C}$?

 2.8 ■

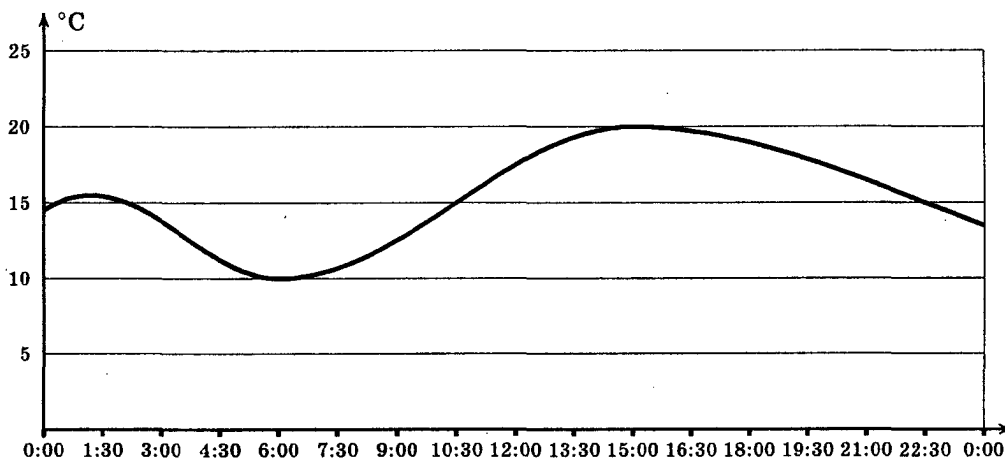
2.8. Считается, что посев семян моркови производят при среднесуточной температуре воздуха не ниже $+6^{\circ}\text{C}$. Исходя из этого, вычислите, в течение какого количества дней был возможен посев семян моркови в этот интервал времени?

Зачетные задания

- 2.9.** На графике, изображенном на рисунке, представлено изменение биржевой стоимости акций горнодобывающей компании в первые две недели февраля. В первую неделю февраля бизнесмен купил 12 акций, а потом продал их на второй неделе. Какую наибольшую прибыль (в рублях) он мог получить?



- 2.10.** На графике изображено изменение температуры воздуха в пункте А на протяжении суток 17 августа. На оси абсцисс отмечается время суток, на оси ординат — температура в градусах Цельсия. Определите по графику разность максимальной и минимальной температур в течение этих суток (в градусах Цельсия).



■ 2.9

■ 2.10

Задание 3

Подготовительные задания

3.1 ■

3.1. Решите уравнение $26 - 13x = 0$.

3.2 ■

3.2. Решите уравнение $\sqrt{x} = 7$.

3.3 ■

3.3. Решите уравнение $\log_5 x = 2$.

3.4 ■

3.4. Решите уравнение $\sqrt{x} = 0,3$.

3.5 ■

3.5. Решите уравнение $\log_2 x = -3$.

3.6 ■

3.6. Решите уравнение $2^x = 16$.

3.7 ■

3.7. Решите уравнение $\left(\frac{1}{2}\right)^x = \frac{1}{32}$.

3.8 ■

3.8. Решите уравнение $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 16$.

Зачетные задания

3.9 ■

3.9. Решите уравнение $5^{-x} = 125$.

3.10 ■

3.10. Решите уравнение $\sqrt{x-3} = 6$.

Задание 4

Подготовительные задания

4.1. Найдите $8 \cos^2 \alpha$, если $\sin^2 \alpha = \frac{9}{16}$.

■ 4.1

4.2. Найдите $\cos^2 \alpha$, если $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{5}{3}$.

■ 4.2

4.3. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB = 28$, $AC = 21$. Найдите $\sin B$.

■ 4.3

4.4. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB = 15$, $AC = 6$. Найдите $\cos A$.

■ 4.4

4.5. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = 7$, $BC = 35$. Найдите $\operatorname{tg} A$.

■ 4.5

4.6. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB = 12$, $\sin B = \frac{1}{3}$. Найдите AC .

■ 4.6

4.7. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB = 27$, $\cos B = \frac{1}{9}$. Найдите BC .

■ 4.7

4.8. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = 12$, $\operatorname{tg} B = \frac{1}{6}$. Найдите BC .

■ 4.8

Зачетные задания

4.9. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB = 30$, $\cos B = \frac{3}{5}$. Найдите AC .

■ 4.9

4.10. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB = 39$, $\sin B = \frac{12}{13}$. Найдите BC .

■ 4.10

Задание 5

Подготовительные задания

5.1 ■

5.1. Средняя скорость движения самолета 750 км/ч. Сколько километров пролетает самолет за время четырехчасового рейса?

5.2 ■

5.2. Сколько рублей будет стоить покупка 45 метров ткани, если один метр ткани стоит 23 рубля?

5.3 ■

5.3. Веревку можно покупать либо по метру, стоимостью 27 рублей за метр, либо бухтами по 50 метров, стоимостью 1200 рублей за бухту. Сколько рублей придется заплатить за самый дешевый вариант покупки 38 метров веревки?

5.4 ■

5.4. Из пункта А в пункт Б автомобиль может ехать либо 30 километров по проселочной дороге, либо 45 километров по шоссе. За какое минимальное время можно добраться на автомобиле из пункта А в пункт Б, если средняя скорость движения по проселочной дороге — 45 км/ч, а средняя скорость движения по шоссе — 60 км/ч? Ответ дайте в минутах.

5.5 ■

5.5. У продуктового магазина есть три поставщика макаронных изделий. Сколько рублей стоит коробка макаронных изделий у поставщика Б (без учета стоимости доставки)?

Поставщик	Цена макаронных изделий (за 1 коробку)	Стоимость доставки	Дополнительные условия
А	1470 руб.	3000 руб.	
Б	1510 руб.	2700 руб.	При заказе на сумму больше 50 000 руб. доставка бесплатно
В	1500 руб.	2900 руб.	При заказе на сумму больше 70 000 руб. доставка бесплатно

5.6 ■

5.6. У продуктового магазина есть три поставщика макаронных изделий. Сколько рублей будет стоить покупка 17 коробок макаронных изделий у поставщика Б без учета доставки?

Поставщик	Цена макаронных изделий (за 1 коробку)	Стоимость доставки	Дополнительные условия
А	1470 руб.	3000 руб.	
Б	1510 руб.	2700 руб.	При заказе на сумму больше 50 000 руб. доставка бесплатно
В	1500 руб.	2900 руб.	При заказе на сумму больше 70 000 руб. доставка бесплатно

- 5.7.** У продуктового магазина есть три поставщика макаронных изделий. Сколько рублей будет стоить покупка 53 коробок макаронных изделий у поставщика Б с учетом стоимости доставки?

Поставщик	Цена макаронных изделий (за 1 коробку)	Стоимость доставки	Дополнительные условия
А	1470 руб.	3000 руб.	
Б	1510 руб.	2700 руб.	При заказе на сумму больше 50 000 руб. доставка бесплатно
В	1500 руб.	2900 руб.	При заказе на сумму больше 70 000 руб. доставка бесплатно

■ 5.7

- 5.8.** У продуктового магазина есть два поставщика макаронных изделий. Какова наименьшая стоимость (в рублях) покупки 45 коробок макаронных изделий с доставкой?

Поставщик	Цена макаронных изделий (за 1 коробку)	Стоимость доставки	Дополнительные условия
А	1510 руб.	2700 руб.	При заказе на сумму больше 50 000 руб. доставка бесплатно
Б	1500 руб.	2900 руб.	При заказе на сумму больше 70 000 руб. доставка бесплатно

■ 5.8

Зачетные задания

- 5.9.** Для транспортировки 45 тонн груза на 1300 км можно использовать одного из трех перевозчиков. Тарифы перевозчиков приведены в таблице. Какова наименьшая стоимость (в рублях) транспортировки?

Перевозчик	Стоимость перевозки одним автомобилем (на 100 км)	Грузоподъемность автомобилей (тонн)
А	3700 руб.	3,5
Б	4300 руб.	5
В	9800 руб.	12

■ 5.9

5.10

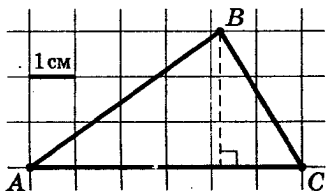
5.10. Художественная студия приобретает 300 кг скульптурного гипса у одного из трех поставщиков. Какова наименьшая стоимость (в рублях) покупки гипса с доставкой? Цены и условия доставки приведены в таблице.

Поставщик	Цена 1 кг гипса	Стоимость доставки	Дополнительные условия
А	120 руб.	3000 руб.	
Б	110 руб.	2700 руб.	При заказе на сумму больше 35 000 руб. доставка бесплатно
В	125 руб.	2400 руб.	При заказе на сумму больше 30 000 руб. доставка бесплатно

Задание 6

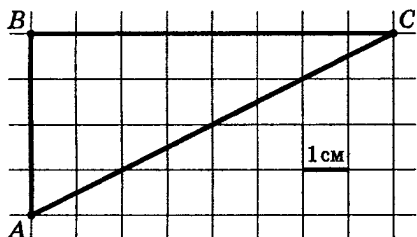
Подготовительные задания

- 6.1.** На клетчатой бумаге с клетками размером $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ изображен треугольник ABC (см. рисунок). Найдите длину высоты h , проведенной из вершины B , в сантиметрах.



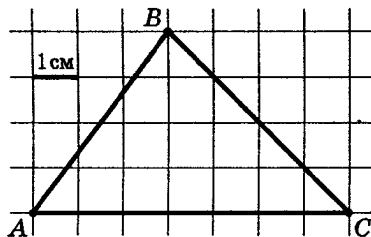
■ 6.1

- 6.2.** На клетчатой бумаге с клетками размером $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ изображен треугольник (см. рисунок). Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.



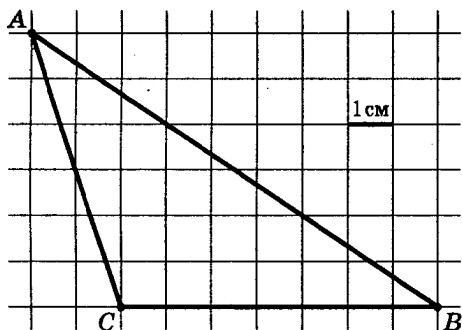
■ 6.2

- 6.3.** На клетчатой бумаге с клетками размером $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ изображен треугольник (см. рисунок). Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.



■ 6.3

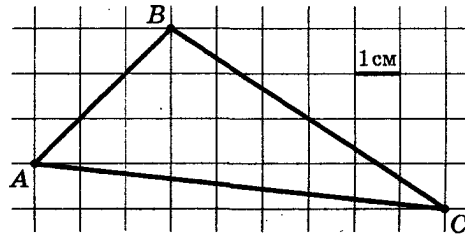
- 6.4.** На клетчатой бумаге с клетками размером $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ изображен треугольник (см. рисунок). Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.



■ 6.4

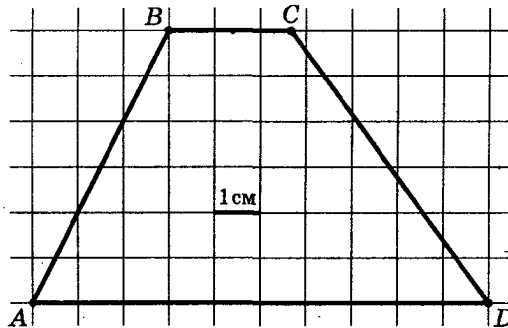
6.5 ■

- 6.5. На клетчатой бумаге с клетками размером $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ изображен треугольник (см. рисунок). Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.



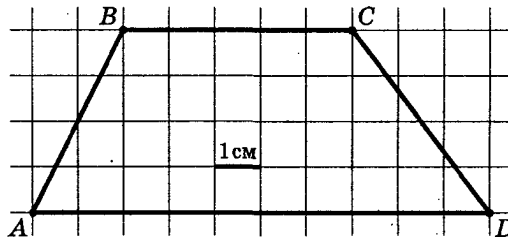
6.6 ■

- 6.6. На клетчатой бумаге с клетками размером $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ изображена трапеция (см. рисунок). Найдите ее высоту в сантиметрах.



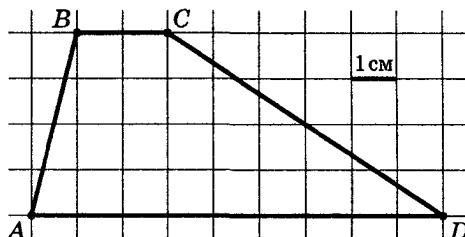
6.7 ■

- 6.7. На клетчатой бумаге с клетками размером $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ изображена трапеция (см. рисунок). Найдите длину ее средней линии в сантиметрах.



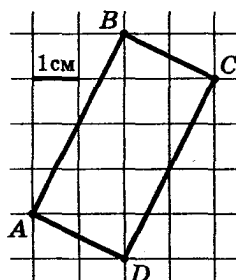
6.8 ■

- 6.8. На клетчатой бумаге с клетками размером $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ изображена трапеция (см. рисунок). Найдите ее площадь в квадратных сантиметрах.



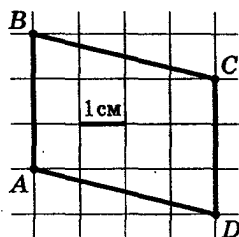
Зачетные задания

- 6.9.** На клетчатой бумаге с клетками размером $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ изображен прямоугольник (см. рисунок). Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.



■ 6.9

- 6.10.** На клетчатой бумаге с клетками размером $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ изображен параллелограмм (см. рисунок). Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.



■ 6.10

Задание 7

Подготовительные задания

7.1 ■

7.1. Вычислите $\log_a a^5$.

1 2 3 4 7.2 ■

7.2. Чему равно $\log_3 a + \log_3 b$?

- 1) $\log_3(a+b)$ 2) $\log_3(a \cdot b)$ 3) $\log_3 a^b$ 4) $\log_3(a \cdot 3^b)$

7.3 ■

7.3. Вычислите $\log_2 16$.

7.4 ■

7.4. Вычислите $\log_3 \frac{1}{27}$.

7.5 ■

7.5. Вычислите $\log_{\frac{1}{5}} 25$.

7.6 ■

7.6. Вычислите $\log_{10} 0,0001$.

7.7 ■

7.7. Вычислите $\log_{\frac{1}{3}} 9$.

7.8 ■

7.8. Вычислите $\log_{0,1} 0,001$.

Зачетные задания

7.9 ■

7.9. Вычислите $\log_5 70 - \log_5 14$.

7.10 ■

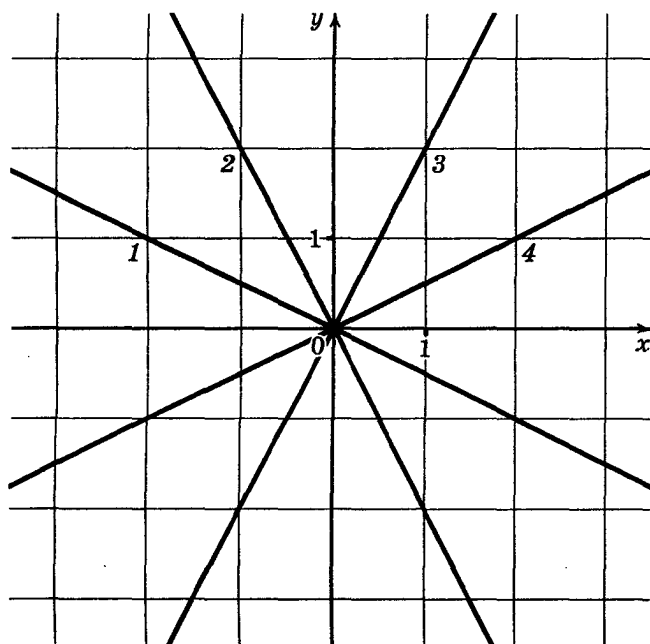
7.10. Вычислите $\log_8 288 - \log_8 4,5$.

Задание 8

Подготовительные задания

8.1. Какая из прямых является графиком функции $y = -2x$?

■ 8.1 1 2 3 4



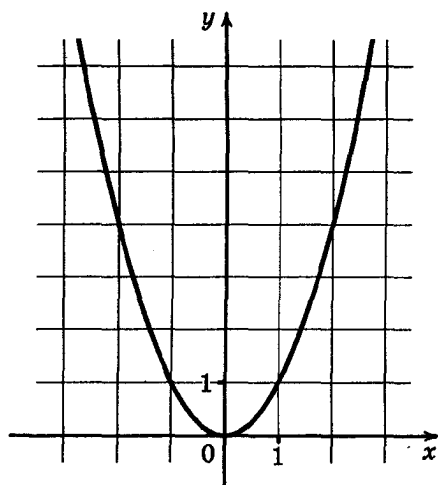
1) 1

2) 2

3) 3

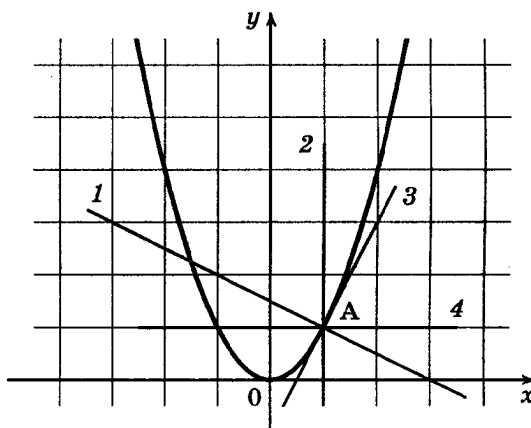
4) 4

8.2. На рисунке изображен график функции $y = x^2$. Нарисуйте касательную к этому графику в точке с абсциссой $x_0 = -2$. (Используйте уравнение касательной.)



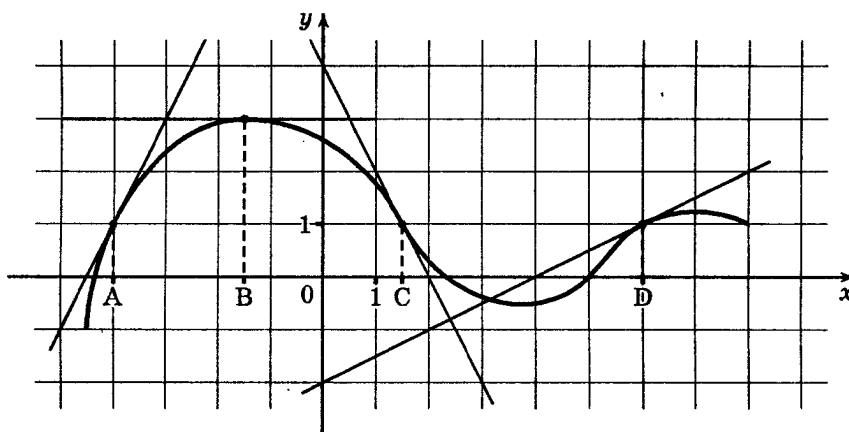
1 2 3 4 8.3 ■

8.3. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Какая из прямых является касательной к графику этой функции в точке A?



1 2 3 4 8.4 ■

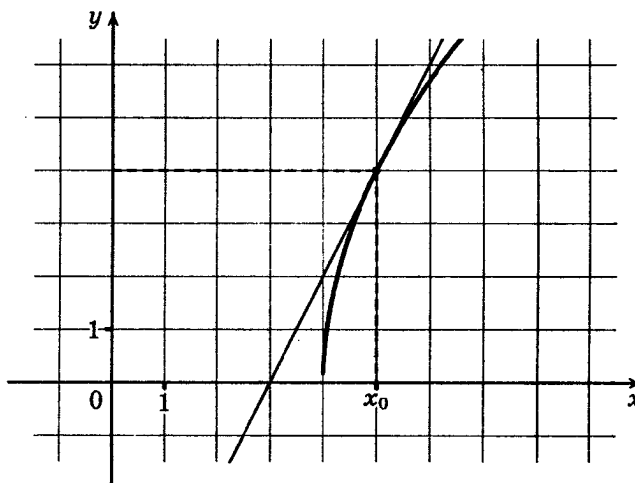
8.4. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. В какой из отмеченных точек производная функции $f(x)$ равна -2 ?



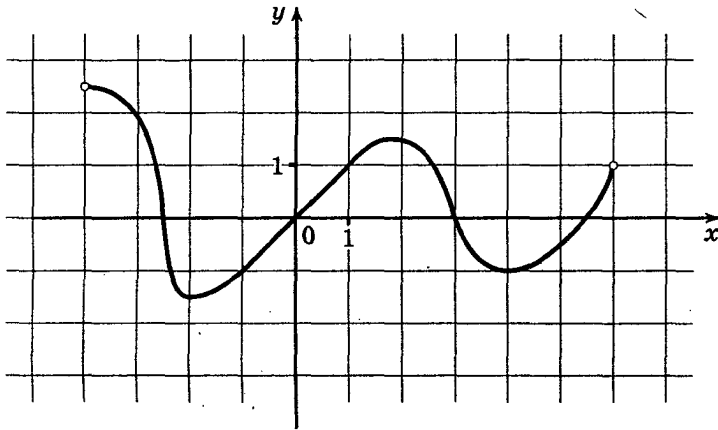
- 1) A 2) B 3) C 4) D

8.5 ■

8.5. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной $f'(x)$ в точке x_0 .

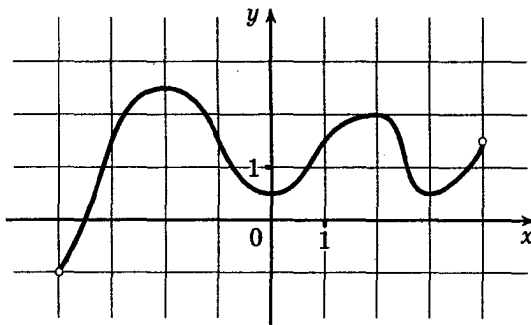


- 8.6. Функция $f(x)$ определена на интервале $(-4; 6)$. На рисунке изображен ее график. В скольких целых точках ее производная положительна?



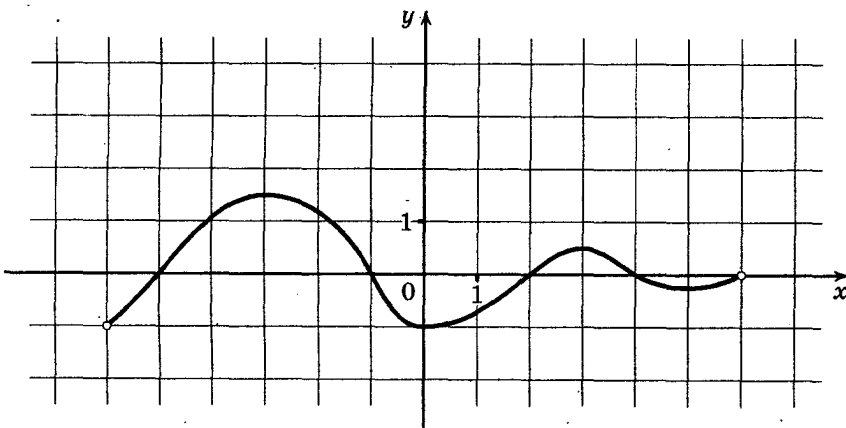
■ 8.6

- 8.7. Функция $f(x)$ определена на интервале $(-4; 4)$. На рисунке изображен ее график. Найдите сумму точек экстремума этой функции.



■ 8.7

- 8.8. Функция $f(x)$ определена на отрезке $[-6; 6]$. На рисунке изображен график ее производной $y = f'(x)$. Найдите наибольшую длину промежутка возрастания функции $f(x)$.

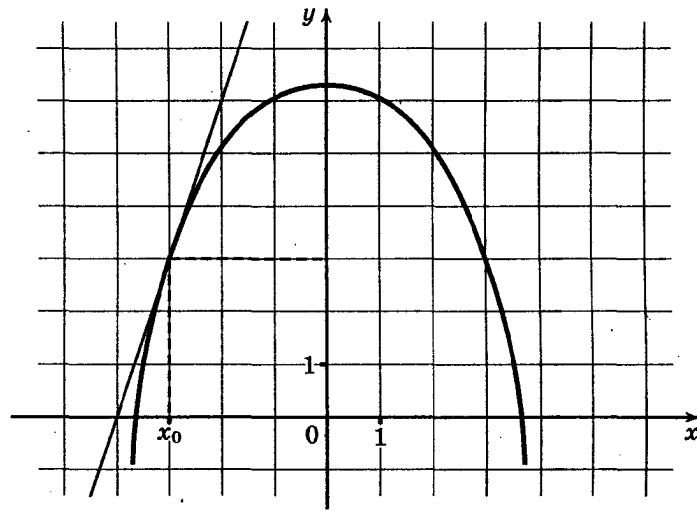


■ 8.8

Зачетные задания

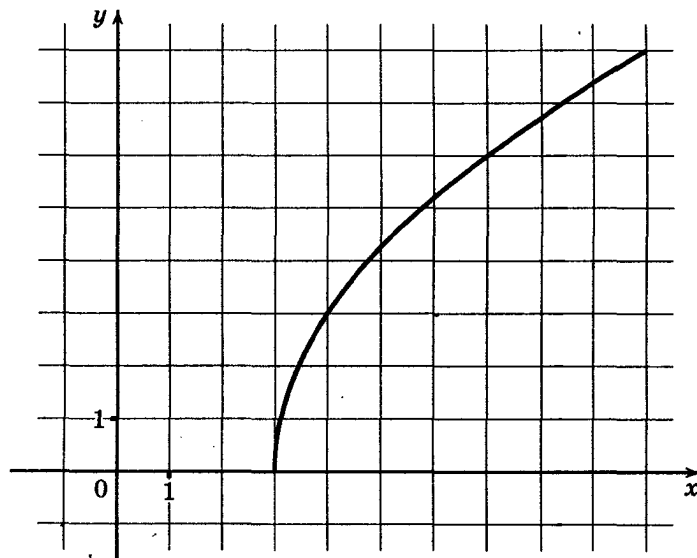
8.9 ■

- 8.9. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной $f'(x)$ в точке x_0 .



8.10 ■

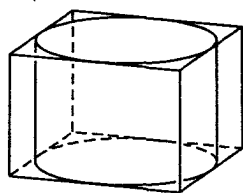
- 8.10. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Прямая, проходящая через точку $(-1; 0)$, касается графика этой функции в точке с абсциссой 7. Найдите $f'(7)$.



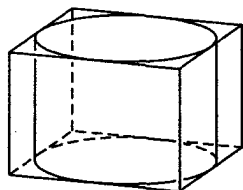
Задание 9

Подготовительные задания

- 9.1.** Найдите площадь сферы радиуса 1.
- 9.2.** Найдите площадь сферы радиуса 2.
- 9.3.** Найдите площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда $1 \times 2 \times 3$.
- 9.4.** Найдите площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда $2 \times 4 \times 6$.
- 9.5.** Найдите объем цилиндра, если
а) длина его образующей равна 1, радиус основания равен 1;
б) длина его образующей равна 2, радиус основания равен 1;
в) длина его образующей равна 1, радиус основания равен 2.
- 9.6.** Найдите объем конуса, если
а) его высота равна 1, радиус основания равен 1;
б) его высота равна 2, радиус основания равен 1;
в) его высота равна 1, радиус основания равен 2.
- 9.7.** Цилиндр вписан в прямоугольный параллелепипед. Высота параллелепипеда равна 3. Найдите длину образующей цилиндра.



- 9.8.** Цилиндр вписан в прямоугольный параллелепипед. Радиус основания цилиндра равен 5. Найдите площадь основания параллелепипеда.



■ 9.1

■ 9.2

■ 9.3

■ 9.4

■ 9.5

■ 9.6

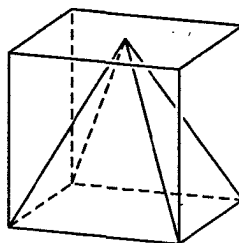
■ 9.7

■ 9.8

Зачетные задания

9.9 ■

- 9.9. Основание правильной четырехугольной пирамиды совпадает с одной из граней куба, а вершина этой пирамиды лежит в центре противоположной грани. Найдите объем этой пирамиды, если объем куба равен 24.



9.10 ■

- 9.10. Объем цилиндра равен 25 см^3 . Радиус основания цилиндра увеличили в 3 раза, а образующую уменьшили в 3 раза. Найдите объем получившегося цилиндра. Ответ дайте в см^3 .

Задание 10

Подготовительные задания

10.1. В социологическом опросе участвовало 540 случайно выбранных человек. Среди них были 293 женщины и 247 мужчин. Из всех опрошенных 83 человека оказались не старше 20 лет, 69 в возрасте от 20 до 30 лет, 95 — в возрасте от 30 до 40 лет, 72 человека в возрасте от 40 до 50 лет, остальные опрошенные старше 50 лет. Сколько человек участвовало в социологическом опросе?

■ 10.1

10.2. В социологическом опросе участвовало 540 случайно выбранных человек. Среди них были 293 женщины и 247 мужчин. Из всех опрошенных 83 человека оказались не старше 20 лет, 69 в возрасте от 20 до 30 лет, 95 — в возрасте от 30 до 40 лет, 72 человека в возрасте от 40 до 50 лет, остальные опрошенные старше 50 лет. Сколько человек старше 50 лет участвовало в социологическом опросе?

■ 10.2

10.3. Начальная скорость V_0 движущегося с постоянным ускорением тела равна 15 м/с. Ускорение тела a равно 13 м/с². С какой скоростью (в м/с) будет двигаться тело в момент времени $t = 9$ с, если скорость движения тела при равноускоренном движении вычисляется по формуле $V = V_0 + a \cdot t$?

■ 10.3

10.4. Расстояние от линзы до предмета d_1 и расстояние от линзы до изображения d_2 связаны соотношением $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$, где f — главное фокусное расстояние линзы. Найдите f , если известно, что при расстоянии от линзы до предмета, равном 70 см, расстояние от линзы до изображения этого предмета равно 30 см. Ответ дайте в сантиметрах.

■ 10.4

10.5. Решите неравенство $5 - 3x > 2x + 29$.

■ 10.5

10.6. Решите неравенство $3x^2 + 10x < 2x + 3$.

■ 10.6

10.7. Решите неравенство $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-3} < 8$.

■ 10.7

10.8. Решите неравенство $2 \sin x - \sqrt{3} \geq 0$ при $x \in [0; 2\pi]$.

■ 10.8

Зачетные задания

10.9 ■

10.9. Камень подбросили вверх. Его высота над землей (в метрах) вычисляется по формуле $h(t) = 23t - 5t^2$, где t — время в секундах. Сколько секунд камень будет находиться на высоте более 12 метров?

10.10 ■

10.10. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 4,8 км. К пляжу ведет лестница, каждая ступенька которой имеет высоту 20 см. На какое минимальное количество ступенек нужно подняться человеку, чтобы расстояние от него до горизонта было больше 12 километров? Расстояние от наблюдателя, находящегося на высоте h над землей, до линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{2Rh}$, где $R = 6400$ км — радиус Земли.

Задание 11

Подготовительные задания

- 11.1.** Найдите производную функции $h(x) = x^4 + 2x - 3$.
- 11.2.** Найдите производную функции $h(x) = e^{2x} + 3$.
- 11.3.** Найдите производную функции $h(x) = 5 \sin x$.
- 11.4.** Найдите производную функции $h(x) = 7 \ln x$.
- 11.5.** Найдите производную функции $h(x) = \sin x \cdot \ln x$.
- 11.6.** Найдите точку максимума функции $h(x) = \sin x$ на отрезке $[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$.
- 11.7.** Найдите точку минимума функции $h(x) = x^2 - 13x + 29$.
- 11.8.** Найдите наибольшее значение функции $h(x) = 6x - x^2 + 3$.

Зачетные задания

- 11.9.** Найдите наименьшее значение функции $y = 3 \cos x - \frac{48}{\pi}x + 19$ на отрезке $[-\frac{2\pi}{3}, 0]$.
- 11.10.** Найдите наименьшее значение функции $y = 5x - \ln(x + 5)^5$ на отрезке $[-4, 5; 1]$.

■ 11.1

■ 11.2

■ 11.3

■ 11.4

■ 11.5

■ 11.6

■ 11.7

■ 11.8

■ 11.9

■ 11.10

Задание 12

Подготовительные задания

- 12.1 ■ 12.1. Труба наполняет бассейн за 6 часов. Сколько литров воды за час пропускает труба, если объем бассейна 900 литров?
- 12.2 ■ 12.2. На изготовление заказа у рабочего уходит 26 часов. Сколько деталей входит в заказ, если за час рабочий делает 30 деталей?
- 12.3 ■ 12.3. С какой средней скоростью нужно ехать гонцику, если он хочет проехать 450 километров за 2,5 часа? Ответ дайте в километрах в час.
- 12.4 ■ 12.4. Первая труба наполняет бассейн за 9 часов. За сколько часов заполнит бассейн вторая труба, если известно, что она пропускает в полтора раза больше воды, чем первая?
- 12.5 ■ 12.5. Первый рабочий делает за час на 5 деталей больше, чем второй. На сколько часов больше затратит второй рабочий на изготовление 800 деталей, если первый рабочий за час делает 25 деталей?
- 12.6 ■ 12.6. Брюки дороже рубашки на 30%. Какую доли от стоимости брюк составляет стоимость рубашки?
- 12.7 ■ 12.7. Скорость товарного поезда равна 45 км/ч. Выразите скорость поезда в метрах в секунду.
- 12.8 ■ 12.8. Имеется 10 литров 60-процентного раствора соли. Сколько литров воды нужно долить, чтобы получить 40-процентный раствор соли?

Зачетные задания

- 12.9 ■ 12.9. Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 15 км/ч, проходит по течению реки до пункта назначения и после стоянки возвращается в исходный пункт. Найдите расстояние, пройденное теплоходом за весь рейс, если скорость течения равна 3 км/ч, стоянка длится 2 часа, а в исходный пункт теплоход возвращается через 12 часов после отплытия из него. Ответ дайте в километрах.
- 12.10 ■ 12.10. Моторная лодка прошла путь от пункта А до пункта Б и обратно без остановок за 9 часов. Найдите расстояние между пунктами А и Б, если скорость лодки в неподвижной воде равна 18 км/ч, а скорость течения равна 2 км/ч. Ответ дайте в километрах.

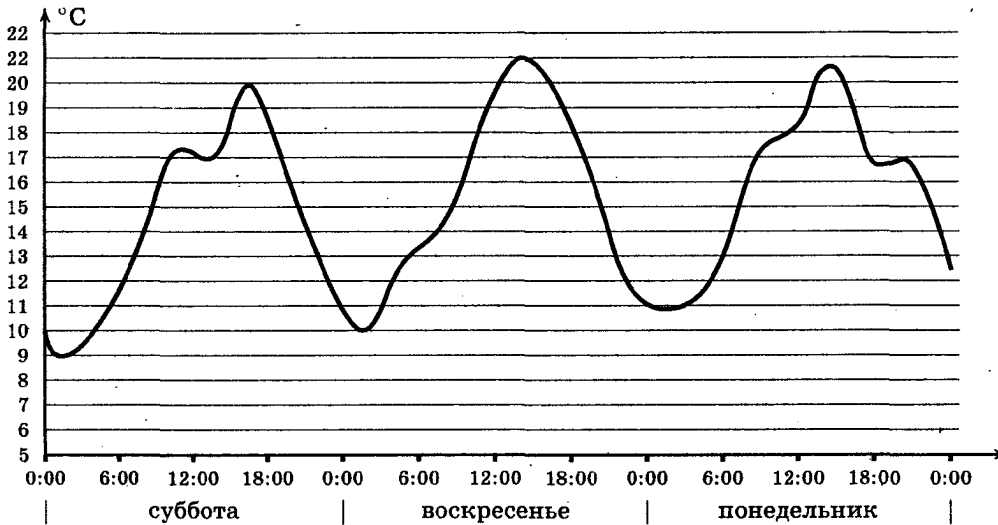
Диагностическая работа №3

В1. Билет на автобус стоит 110 рублей. Ожидается повышение цены на 10%. Какое наибольшее число билетов можно будет купить на 1000 рублей?

■ В1

В2. На графике показано изменение температуры воздуха в некотором населенном пункте на протяжении трех суток, начиная с 0 часов субботы. На оси абсцисс отмечается время суток в часах, на оси ординат — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по графику наименьшую температуру воздуха в ночь с субботы на воскресенье. Ответ дайте в градусах Цельсия.

■ В2



В3. Решите уравнение $\log_2 x = 5$.

■ В3

В4. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB = 85$, $\cos A = \frac{15}{17}$. Найдите BC .

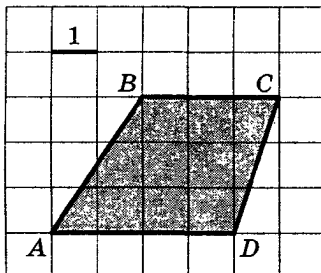
■ В4

В5. Семья из трех человек едет из Москвы в Бологое. Можно ехать поездом, а можно на своей машине. Билет на поезд стоит 325 рублей на одного человека. Автомобиль расходует 11 литров бензина на 100 километров пути, расстояние по шоссе равно 350 км, а цена бензина равна 19 рублей за литр. Какова наименьшая стоимость (в рублях) семейной поездки?

■ В5

В6. Найдите площадь трапеции $ABCD$.

■ В6

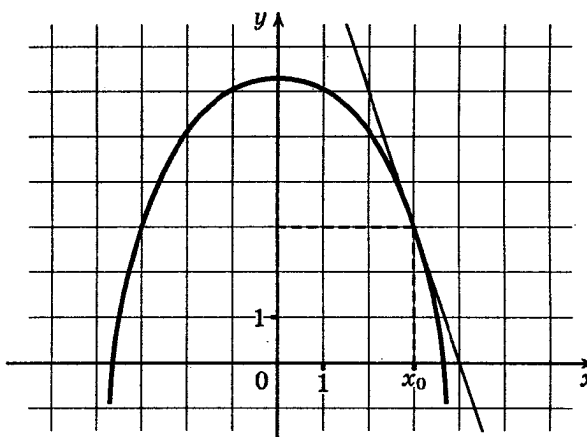


В7 ■

В7. Вычислите $\log_6 144 - \log_6 4$.

В8 ■

В8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной $f'(x)$ в точке x_0 .



В9 ■

В9. Площадь боковой поверхности конуса равна 10 см^2 . Радиус основания конуса увеличили в 6 раз, а образующую уменьшили в 4 раза. Найдите площадь боковой поверхности получившегося конуса. Ответ дайте в см^2 .

В10 ■

В10. Температуру нагревательного элемента (в градусах Кельвина) в зависимости от времени (в минутах) можно вычислять по формуле $T(t) = T_0 + at + bt^2$, где $T_0 = 760 \text{ К}$, $a = 34 \text{ К/мин}$, $b = -0,2 \text{ К/мин}^2$. Известно, что при температурах нагревателя свыше 1600 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключать. Определите, через какое наибольшее время (в минутах) после начала работы нужно отключать прибор.

В11 ■

В11. Найдите наименьшее значение функции $y = 13 - 7 \sin x - 9x$ на отрезке $[-\frac{3\pi}{2}; 0]$.

В12 ■

В12. Половину времени, затраченного на дорогу, автомобиль ехал со скоростью 90 км/ч , а вторую половину времени — со скоростью 60 км/ч . Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч .

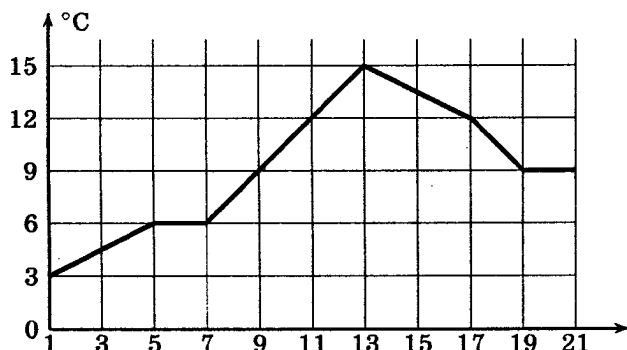
Диагностическая работа №4

В1. Больному прописан курс лекарства, которое нужно принимать по 250 мг два раза в день в течение 7 дней. В одной упаковке лекарства содержится 10 таблеток по 125 мг. Какое наименьшее количество упаковок понадобится на весь курс лечения?

■ В1

В2. Посев семян тыквы рекомендуется проводить в мае при дневной температуре воздуха не менее $+12^\circ\text{C}$. На рисунке показан прогноз дневной температуры воздуха в первой и второй декадах мая. Определите, в течение скольких дней за этот период можно производить посев тыквы.

■ В2



В3. Решите уравнение $5^{x+5} = 0,04$.

■ В3

В4. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB = 91$, $\sin B = \frac{12}{13}$. Найдите BC .

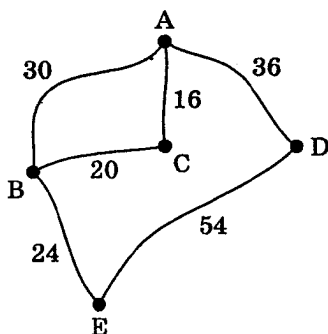
■ В4

В5. На рисунке показана схема дорог и расстояние в километрах между населенными пунктами A , B , C , D и E вдоль этих дорог.

■ В5

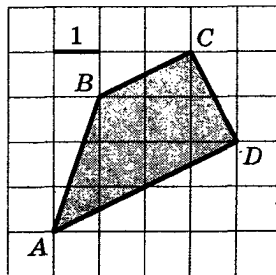
Мопед, грузовик и автобус одновременно выезжают из города A и добираются в город E разными путями. Мопед едет через поселки C и B , грузовик — только через B , а автобус едет через город D .

Мопед был в пути 1 час 20 минут, грузовик — 1 час, а автобус 1 час 40 минут. Найдите среднюю скорость того транспортного средства, у которого эта скорость наибольшая. Ответ дайте в км/ч.



B6 ■

B6. Найдите площадь трапеции $ABCD$.

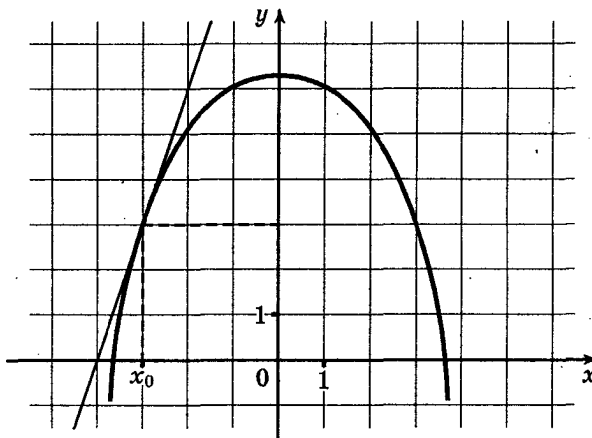


B7 ■

B7. Найдите значение выражения $\frac{28}{2^{\log_2 7}}$.

B8 ■

B8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной $f'(x)$ в точке x_0 .



B9 ■

B9. Объем цилиндра равен 20 см^3 . Радиус основания цилиндра увеличили в 3 раза, а образующую уменьшили в 4 раза. Найдите объем получившегося цилиндра. Ответ дайте в см^3 .

B10 ■

B10. Время полета мяча, брошенного под углом α к плоской горизонтальной поверхности земли, можно посчитать по формуле $t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$ (с). При каком наименьшем значении угла (в градусах) время в полете будет не меньше 2,5 секунд, если мяч бросают с начальной скоростью $v_0 = 25 \text{ м/с}$? Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

B11 ■

B11. Найдите наибольшее значение функции $y = \frac{54}{\pi}x + 6 \sin x + 13$ на отрезке $[-\frac{5\pi}{6}; 0]$.

B12 ■

B12. Первую половину трассы автомобиль проехал со скоростью 90 км/ч, а вторую — со скоростью 60 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

ТЕМАТИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

КОМПЛЕКТ **2**

Задание 1

Подготовительные задания

- 1.1.** Найдите 15 % от числа 160.
- 1.2.** Какое число получится, если 240 увеличить на 70 %?
- 1.3.** Кафельная плитка продается коробками по 6 м². Сколько коробок плитки нужно купить, чтобы хватило на облицовку стен площадью 135 м²?
- 1.4.** Один литр бензина стоит 18 рублей 40 копеек. Сколько рублей придется заплатить за двадцатилитровую канистру бензина?
- 1.5.** С учетом 10-процентной скидки пакет молока стоит 27 рублей. Сколько рублей стоит пакет молока без учета скидки?
- 1.6.** Сколько килограммовых пачек сахара нужно взять в восьмидневный поход, если группа каждый день потребляет 2,5 килограмма сахара?
- 1.7.** Какое максимальное количество воздушных шариков можно купить на 100 рублей, если каждый воздушный шарик стоит 3 рубля?
- 1.8.** За сколько раз грузчик перенесет 350 килограмм груза, если за один раз он может перенести не более 30 килограмм груза?

Зачетные задания

- 1.9.** Билет в ботанический сад стоит 50 рублей, а для групп предусмотрена скидка 15 %. Сколько рублей сдачи будет получено с 2000 рублей, заплаченных за проход группы из 34 человек?
- 1.10.** Буханка хлеба стоит 14 рублей 30 копеек. Какую сдачу получит покупатель со 100 рублей при покупке 6 буханок хлеба? Ответ дайте в рублях.

■ 1.1

■ 1.2

■ 1.3

■ 1.4

■ 1.5

■ 1.6

■ 1.7

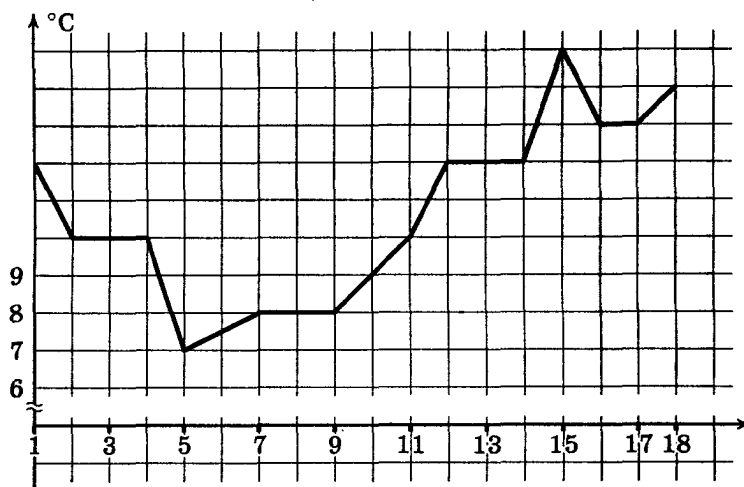
■ 1.8

■ 1.9

■ 1.10

Задание 2

Подготовительные задания



На рисунке изображен график колебания температуры в течение первых 18 дней мая. По горизонтальной оси отложены дни, по вертикальной — среднесуточная температура воздуха.

 2.1 ■

2.1. Какой была среднесуточная температура воздуха 8 мая? Ответ дайте в градусах Цельсия.

 2.2 ■

2.2. Какого числа среднесуточная температура воздуха впервые превысила $+14^{\circ}\text{C}$?

 2.3 ■

2.3. Какого числа среднесуточная температура воздуха была максимальной?

 2.4 ■

2.4. Какого числа среднесуточная температура воздуха была минимальной?

 2.5 ■

2.5. Какой была максимальная среднесуточная температура воздуха? Ответ дайте в градусах Цельсия.

 2.6 ■

2.6. Какой была минимальная среднесуточная температура воздуха? Ответ дайте в градусах Цельсия.

 2.7 ■

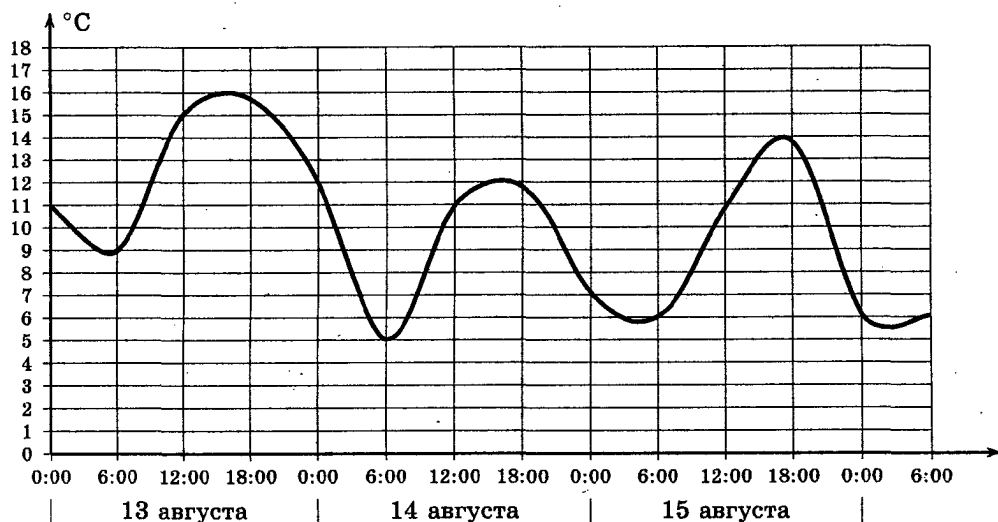
2.7. В течение скольких дней в этот интервал времени среднесуточная температура воздуха была равна $+10^{\circ}\text{C}$?

 2.8 ■

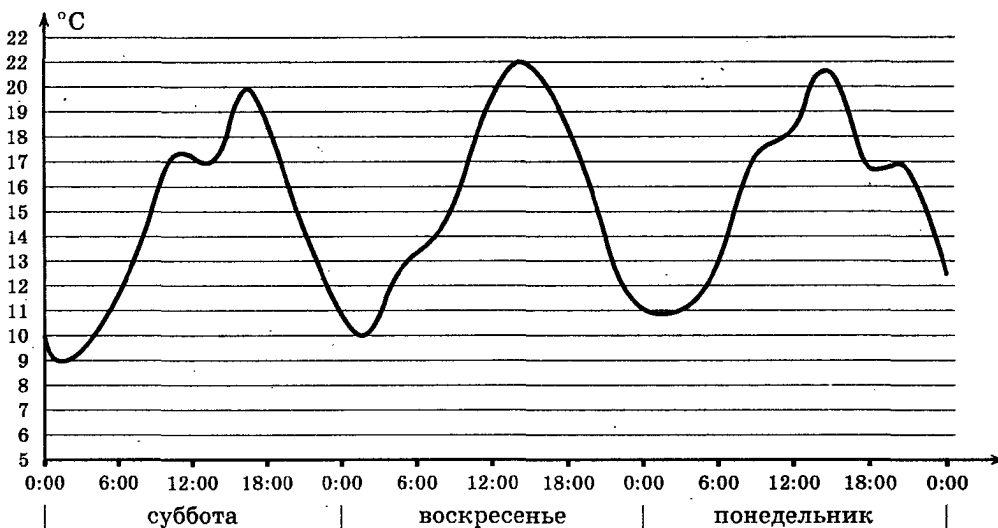
2.8. Считается, что посев семян кабачков производят при среднесуточной температуре воздуха не ниже $+10^{\circ}\text{C}$. Исходя из этого, вычислите, в течение какого количества дней был возможен посев семян кабачков в этот интервал времени?

Зачетные задания

- 2.9.** На графике показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток, начиная с 0 часов 13 августа. На оси абсцисс отчается время суток, на оси ординат — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по графику, до какой наибольшей температуры прогрелся воздух 15 августа. Ответ дайте в градусах Цельсия.



- 2.10.** На графике показано изменение температуры воздуха в некотором населенном пункте на протяжении трех суток, начиная с 0 часов субботы. На оси абсцисс отчается время суток в часах, на оси ординат — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по графику разность максимальной и минимальной температур в воскресенье (в градусах Цельсия).



Задание 3

Тренировочные задания

3.1 ■

3.1. Решите уравнение $51 + 17x = 0$.

3.2 ■

3.2. Решите уравнение $\sqrt{x} = 11$.

3.3 ■

3.3. Решите уравнение $\log_3 x = 4$.

3.4 ■

3.4. Решите уравнение $\sqrt{x} = 1,2$.

3.5 ■

3.5. Решите уравнение $\log_5 x = -2$.

3.6 ■

3.6. Решите уравнение $3^x = 27$.

3.7 ■

3.7. Решите уравнение $\left(\frac{1}{3}\right)^x = \frac{1}{27}$.

3.8 ■

3.8. Решите уравнение $\left(\frac{1}{3}\right)^x = \frac{1}{81}$.

Зачетные задания

3.9 ■

3.9. Решите уравнение $7^{-x} = \frac{1}{49}$.

3.10 ■

3.10. Решите уравнение $\sqrt{5-x} = 8$.

Задание 4

Подготовительные задания

- 4.1. Найдите $39 \cos^2 \alpha$, если $\sin^2 \alpha = \frac{17}{39}$.
- 4.2. Найдите $\operatorname{tg}^2 \alpha$, если $\cos^2 \alpha = \frac{5}{13}$.
- 4.3. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB = 40$, $BC = 5$. Найдите $\sin A$.
- 4.4. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB = 65$, $BC = 13$. Найдите $\cos B$.
- 4.5. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = 6$, $BC = 20$. Найдите $\operatorname{tg} B$.
- 4.6. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB = 35$, $\sin A = \frac{1}{5}$. Найдите BC .
- 4.7. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB = 28$, $\cos A = \frac{1}{7}$. Найдите AC .
- 4.8. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = 14$, $\operatorname{tg} B = 2$. Найдите BC .

Зачетные задания

- 4.9. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB = 51$, $\cos A = \frac{15}{17}$. Найдите BC .
- 4.10. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB = 65$, $\sin A = \frac{5}{13}$. Найдите AC .

■ 4.1

■ 4.2

■ 4.3

■ 4.4

■ 4.5

■ 4.6

■ 4.7

■ 4.8

■ 4.9

■ 4.10

Задание 5

Подготовительные задания

5.1 ■

5.1. Средняя скорость движения вертолета 150 км/ч. Сколько минут потребуется вертолету, чтобы пролететь 225 км?

5.2 ■

5.2. Сколько будут стоить 700 метров шпагата, если один метр шпагата стоит 1 рубль 25 копеек? Ответ дайте в рублях.

5.3 ■

5.3. Ткань можно покупать либо по метру, стоимостью 43 рубля за метр, либо рулонами по 100 метров, стоимостью 3600 рублей за рулон. Какова наименьшая стоимость (в рублях) приобретения 85 метров ткани?

5.4 ■

5.4. Из пункта А в пункт В автомобиль может ехать либо 80 километров по проселочной дороге, либо 100 километров по автомагистрали. За какое минимальное время можно добраться на автомобиле из пункта А в пункт В, если средняя скорость движения по проселочной дороге 60 км/ч, а средняя скорость движения по автомагистрали 80 км/ч? Ответ дайте в минутах.

5.5 ■

5.5. У продуктового магазина есть три поставщика макаронных изделий. Сколько рублей стоит коробка макаронных изделий у поставщика В?

Поставщик	Цена макаронных изделий (за 1 коробку)	Стоимость доставки	Дополнительные условия
А	1470 руб.	3000 руб.	
Б	1510 руб.	2700 руб.	При заказе на сумму больше 50 000 руб. доставка бесплатно
В	1530 руб.	2900 руб.	При заказе на сумму больше 70 000 руб. доставка бесплатно

5.6 ■

5.6. У продуктового магазина есть три поставщика макаронных изделий. Сколько рублей будет стоить покупка 33 коробок макаронных изделий у поставщика В без учета доставки?

Поставщик	Цена макаронных изделий (за 1 коробку)	Стоимость доставки	Дополнительные условия
А	1470 руб.	3000 руб.	
Б	1510 руб.	2700 руб.	При заказе на сумму больше 50 000 руб. доставка бесплатно
В	1530 руб.	2900 руб.	При заказе на сумму больше 70 000 руб. доставка бесплатно

5.7. У продуктового магазина есть три поставщика макаронных изделий. Сколько рублей будет стоить покупка 41 коробки макаронных изделий у поставщика В?

■ 5.7

Поставщик	Цена макаронных изделий (за 1 коробку)	Стоимость доставки	Дополнительные условия
А	1470 руб.	3000 руб.	
Б	1510 руб.	2700 руб.	При заказе на сумму больше 50 000 руб. доставка бесплатно
В	1530 руб.	2900 руб.	При заказе на сумму больше 70 000 руб. доставка бесплатно

5.8. У продуктового магазина есть два поставщика макаронных изделий. Какова наименьшая стоимость (в рублях) покупки 37 коробок макаронных изделий с доставкой?

■ 5.8

Поставщик	Цена макаронных изделий (за 1 коробку)	Стоимость доставки	Дополнительные условия
А	1510 руб.	2700 руб.	При заказе на сумму больше 60 000 руб. доставка бесплатно
Б	1530 руб.	2900 руб.	При заказе на сумму больше 50 000 руб. доставка бесплатно

Зачетные задания

5.9. Для транспортировки 28 тонн груза на 1200 км можно использовать одного из трех перевозчиков. Тарифы перевозчиков приведены в таблице. Какова наименьшая стоимость (в рублях) транспортировки?

■ 5.9

Перевозчик	Стоимость перевозки одним автомобилем (на 100 км)	Грузоподъемность автомобилей (тонн)
А	3700 руб.	3,5
Б	4300 руб.	5
В	9800 руб.	12

5.10 ■

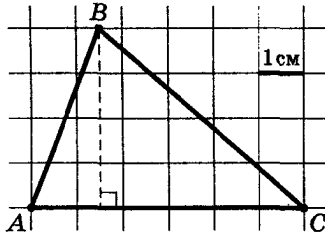
5.10. Художественная студия приобретает 240 кг скульптурного гипса у одного из трех поставщиков. Какова наименьшая стоимость (в рублях) покупки гипса с доставкой? Цены и условия доставки приведены в таблице.

Поставщик	Цена 1 кг гипса	Стоимость доставки	Дополнительные условия
А	120 руб.	3000 руб.	
Б	110 руб.	2700 руб.	При заказе на сумму больше 35 000 руб. доставка бесплатно
В	125 руб.	2400 руб.	При заказе на сумму больше 30 000 руб. доставка бесплатно

Задание 6

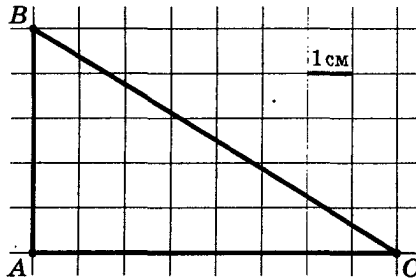
Подготовительные задания

- 6.1.** На клетчатой бумаге с клетками размером $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ изображен треугольник ABC (см. рисунок). Найдите длину высоты h , проведенной из вершины B , в сантиметрах.



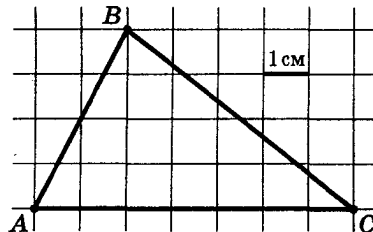
■ 6.1

- 6.2.** На клетчатой бумаге с клетками размером $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ изображен треугольник (см. рисунок). Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.



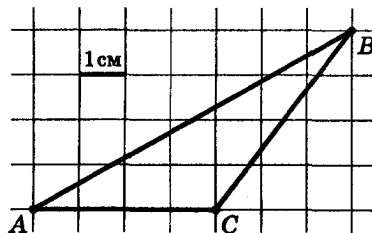
■ 6.2

- 6.3.** На клетчатой бумаге с клетками размером $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ изображен треугольник (см. рисунок). Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.



■ 6.3

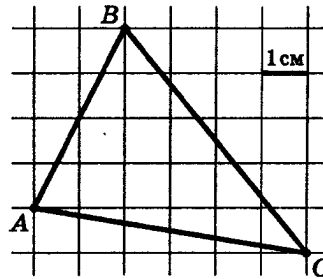
- 6.4.** На клетчатой бумаге с клетками размером $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ изображен треугольник (см. рисунок). Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.



■ 6.4

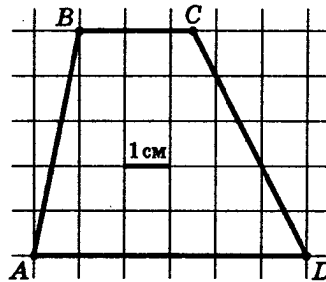
6.5 ■

- 6.5. На клетчатой бумаге с клетками размером $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ изображен треугольник (см. рисунок). Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.



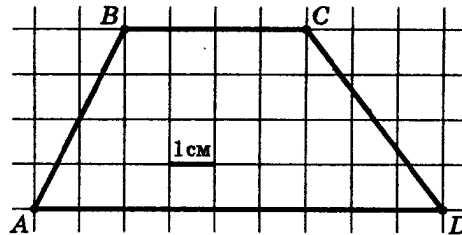
6.6 ■

- 6.6. На клетчатой бумаге с клетками размером $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ изображена трапеция (см. рисунок). Найдите ее высоту в сантиметрах.



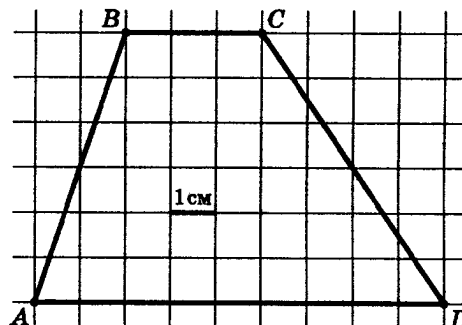
6.7 ■

- 6.7. На клетчатой бумаге с клетками размером $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ изображена трапеция (см. рисунок). Найдите длину ее средней линии в сантиметрах.



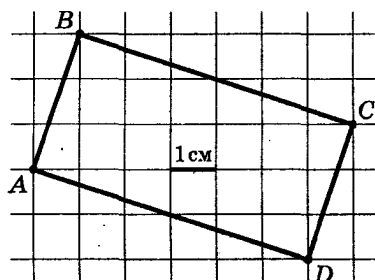
6.8 ■

- 6.8. На клетчатой бумаге с клетками размером $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ изображена трапеция (см. рисунок). Найдите ее площадь в квадратных сантиметрах.



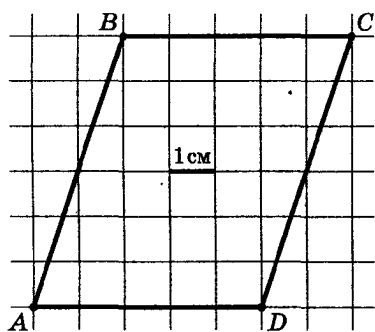
Зачетные задания

- 6.9.** На клетчатой бумаге с клетками размером $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ изображен прямоугольник (см. рисунок). Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.



■ 6.9

- 6.10.** На клетчатой бумаге с клетками размером $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ изображен параллелограмм (см. рисунок). Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.



■ 6.10

Задание 7

Подготовительные задания

7.1 ■

7.1. Вычислите $\log_a \frac{1}{a^4}$.

1 2 3 4 7.2 ■

7.2. Чему равно $\log_7 a - \log_7 b$?

- 1) $\log_7(a - b)$ 2) $\log_7 \left(\frac{a}{7b}\right)$ 3) $\log_7 \left(\frac{a}{b}\right)$ 4) $\log_7 \sqrt[7]{a}$

7.3 ■

7.3. Вычислите $\log_2 \frac{1}{8}$.

7.4 ■

7.4. Вычислите $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{27}$.

7.5 ■

7.5. Вычислите $\log_{\frac{1}{9}} \frac{1}{3}$.

7.6 ■

7.6. Вычислите $\log_{10} 0,01$.

7.7 ■

7.7. Вычислите $\log_{\frac{1}{16}} 2$.

7.8 ■

7.8. Вычислите $\log_{0,01} 1000$.

Зачетные задания

7.9 ■

7.9. Вычислите $\log_3 63 - \log_3 \frac{7}{3}$.

7.10 ■

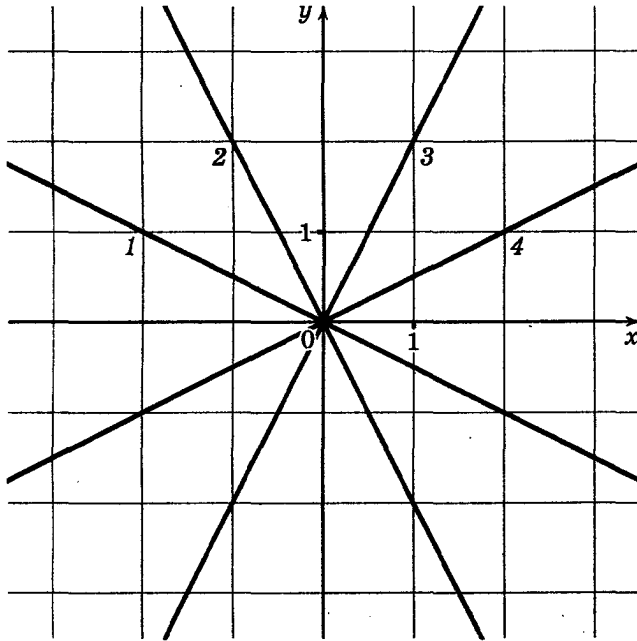
7.10. Вычислите $\log_6 72 - \log_6 2$.

Задание 8

Подготовительные задания

8.1. Какая из прямых является графиком функции $y = -\frac{1}{2}x$?

■ 8.1 1 2 3 4



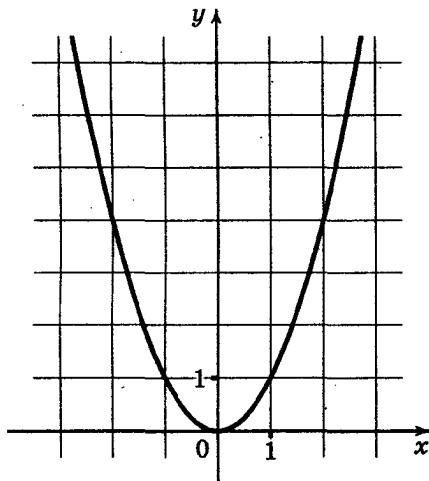
1) 1

2) 2

3) 3

4) 4

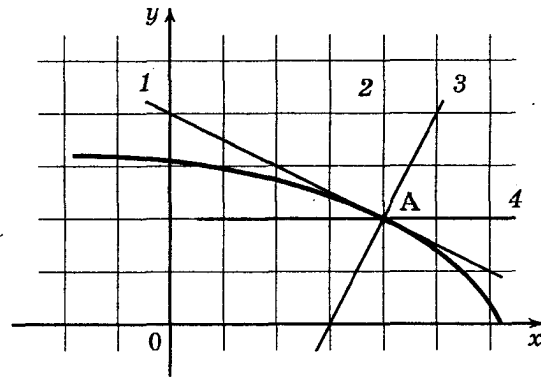
8.2. На рисунке изображен график функции $y = x^2$. Нарисуйте касательную к этому графику в точке с абсциссой $x_0 = 2$. (Используйте уравнение касательной.)



1 2 3 4

8.3

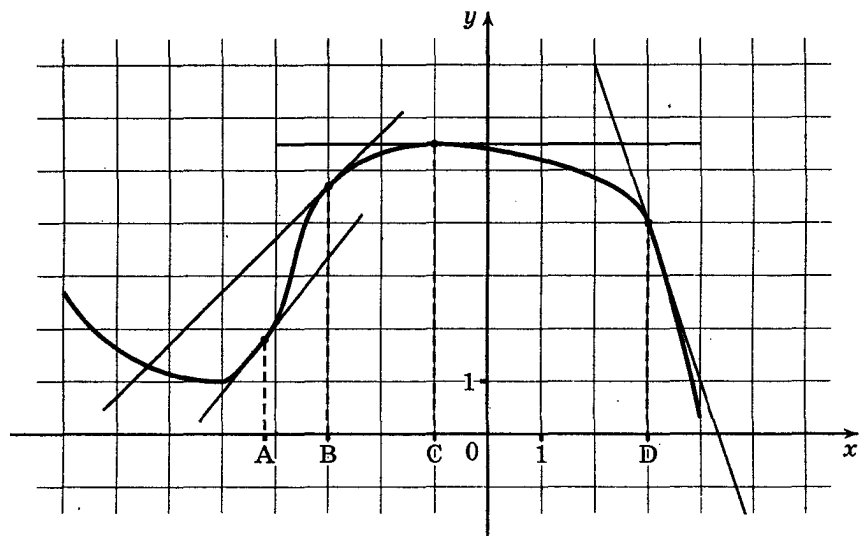
- 8.3. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Какая из прямых является касательной к графику этой функции в точке A?



1 2 3 4

8.4

- 8.4. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. В какой из отмеченных точек производная $f'(x)$ равна -3 ?



1) A

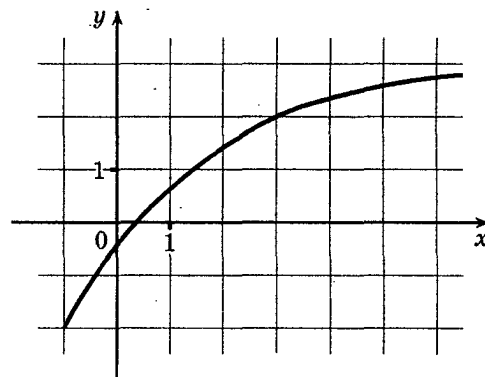
2) B

3) C

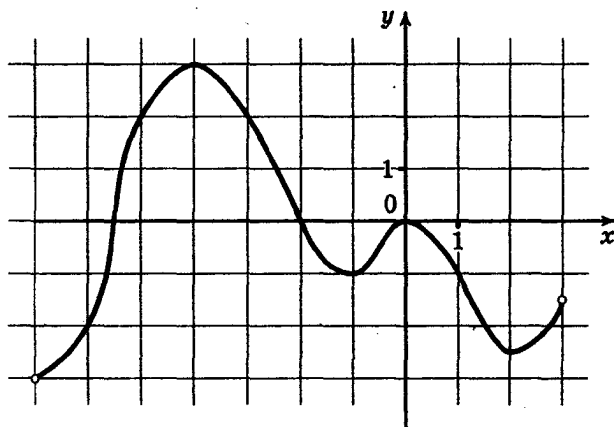
4) D

8.5

- 8.5. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Прямая, проходящая через точку $(-1; 1)$, касается этого графика в точке с абсциссой 3. Найдите $f'(3)$.

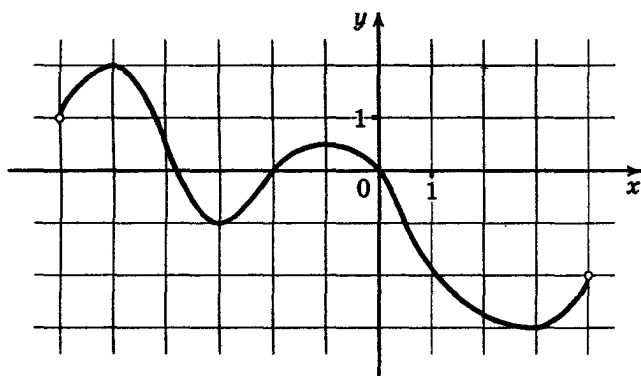


- 8.6.** Функция $f(x)$ определена на интервале $(-7; 3)$. На рисунке изображен ее график. В скольких целых точках ее производная отрицательна?



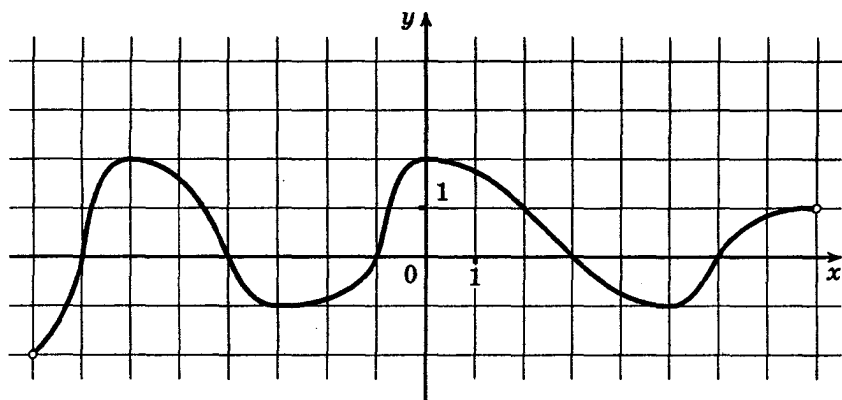
■ 8.6

- 8.7.** Функция $f(x)$ определена на интервале $(-6; 4)$. На рисунке изображен ее график. Найдите сумму точек экстремума этой функции.



■ 8.7

- 8.8.** Функция $f(x)$ определена на отрезке $[-8; 8]$. На рисунке изображен график ее производной $y = f'(x)$. Найдите длину наибольшего промежутка возрастания функции $f(x)$.

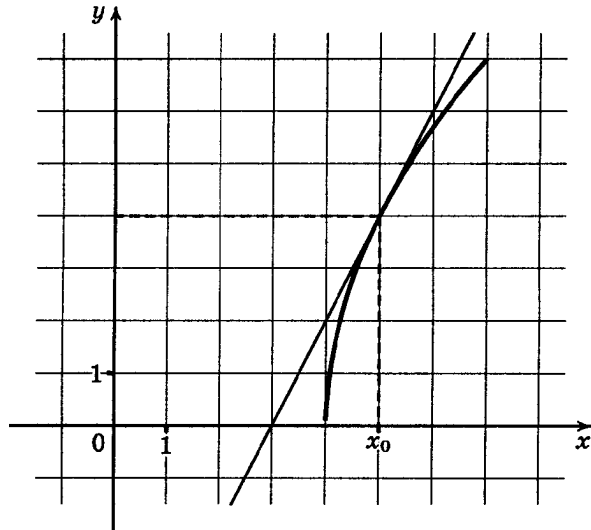


■ 8.8

Зачетные задания

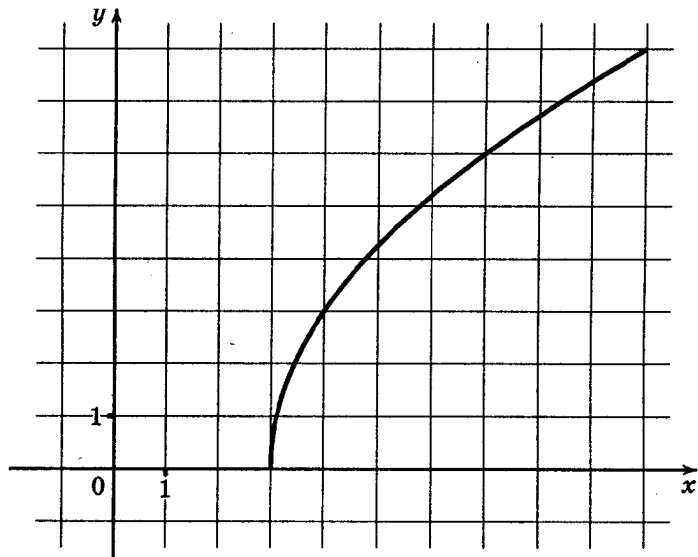
8.9 ■

- 8.9. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной $f'(x)$ в точке x_0 .



8.10 ■

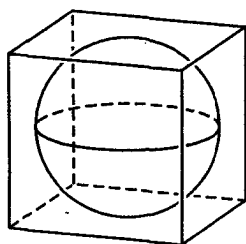
- 8.10. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Прямая, проходящая через точку $(-1; 0)$, касается графика этой функции в точке с абсциссой 7. Найдите $f'(7)$.



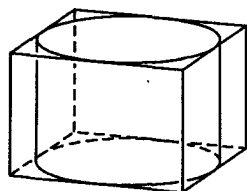
Задание 9

Подготовительные задания

- 9.1.** Найдите объем шара радиуса 1.
- 9.2.** Найдите объем шара радиуса 2.
- 9.3.** Найдите объем прямоугольного параллелепипеда размера $1 \times 2 \times 3$.
- 9.4.** Найдите объем прямоугольного параллелепипеда размера $2 \times 4 \times 6$.
- 9.5.** Найдите площадь боковой поверхности прямого цилиндра, если
- а) длина его образующей равна 1, радиус основания равен 1;
 - б) длина его образующей равна 2, радиус основания равен 1;
 - в) длина его образующей равна 1, радиус основания равен 2.
- 9.6.** Найдите площадь боковой поверхности прямого кругового конуса, если
- а) длина его образующей равна 1, радиус основания равен 1;
 - б) длина его образующей равна 2, радиус основания равен 1;
 - в) длина его образующей равна 1, радиус основания равен 2.
- 9.7.** Шар вписан в прямоугольный параллелепипед. Высота параллелепипеда равна 3. Найдите радиус шара.



- 9.8.** Цилиндр вписан в прямоугольный параллелепипед. Длина стороны основания параллелепипеда равна 5. Найдите радиус основания цилиндра.



■ 9.1

■ 9.2

■ 9.3

■ 9.4

■ 9.5

■ 9.6

■ 9.7

■ 9.8

Зачетные задания

9.9 ■

9.9. Площадь боковой поверхности цилиндра равна 5 см^2 . Радиус основания цилиндра увеличили в 6 раз, а образующую увеличили в 4 раза. Найдите площадь боковой поверхности получившегося цилиндра. Ответ дайте в см^2 .

9.10 ■

9.10. Объем цилиндра равен 36 см^3 . Радиус основания цилиндра уменьшили в 3 раза, а образующую увеличили в 3 раза. Найдите объем получившегося цилиндра. Ответ дайте в см^3 .

Задание 10

Подготовительные задания

10.1. В социологическом опросе участвовало 540 случайно выбранных человек. Среди них были 293 женщины и 247 мужчин. Из всех опрошенных 83 человека оказались не старше 20 лет, 69 в возрасте от 20 до 30 лет, 95 — в возрасте от 30 до 40 лет, 72 человека в возрасте от 40 до 50 лет, остальные опрошенные старше 50 лет. Сколько женщин участвовало в социологическом опросе?

■ 10.1

10.2. В социологическом опросе участвовало 540 случайно выбранных человек. Среди них были 293 женщины и 247 мужчин. Из всех опрошенных 83 человека оказались не старше 20 лет, 69 в возрасте от 20 до 30 лет, 95 — в возрасте от 30 до 40 лет, 72 человека в возрасте от 40 до 50 лет, остальные опрошенные старше 50 лет. Сколько человек не старше 50 лет участвовало в социологическом опросе?

■ 10.2

10.3. Начальная скорость V_0 движущегося с постоянным ускорением тела равна 7 м/с. Ускорение тела a равно 22 м/с². С какой скоростью (в м/с) будет двигаться тело в момент времени $t=4$ с, если скорость движения тела при равноускоренном движении вычисляется по формуле $V = V_0 + a \cdot t$?

■ 10.3

10.4. Расстояние от линзы до предмета d_1 и расстояние от линзы до изображения d_2 связаны соотношением $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$, где f — главное фокусное расстояние линзы. Найдите f , если известно, что при расстоянии от линзы до предмета, равном 90 см, расстояние от линзы до изображения этого предмета равно 10 см. Ответ дайте в сантиметрах.

■ 10.4

10.5. Решите неравенство $23 + 7x < 2x + 31$.

■ 10.5

10.6. Решите неравенство $3x^2 - 3x < 10 - x^2$.

■ 10.6

10.7. Решите неравенство $\left(\frac{1}{3}\right)^{7-x} < 81$.

■ 10.7

10.8. Решите неравенство $3 - 2 \cos x < 4$ при $x \in [-\pi; \pi]$.

■ 10.8

Зачетные задания

10.9. Камень подбросили вверх. Его высота над землей (в метрах) вычисляется по формуле $h(t) = 19t - 5t^2$, где t — время в секундах. Сколько секунд камень будет находиться на высоте более 12 метров?

■ 10.9

10.10. При вращении ведерка с водой на веревке в вертикальной плоскости сила давления воды на дно не остается постоянной: она максимальна в нижней точке и минимальна в верхней. Вода не будет выливаться, если сила ее давления на дно будет неотрицательной во всех точках траектории. В верхней точке сила давления равна $P = m \left(\frac{v^2}{L} - g \right)$, где m — масса воды, v — скорость движения ведерка, L — длина веревки, $g = 10 \text{ м/с}^2$ — ускорение свободного падения. С какой минимальной скоростью надо вращать ведерко, чтобы вода не выливалась из него, если длина веревки равна 0,9 м? Ответ дайте в м/с.

Задание 11

Подготовительные задания

- 11.1.** Найдите производную функции $h(x) = x^{-5}$.
- 11.2.** Найдите производную функции $h(x) = e^{5x} - 7$.
- 11.3.** Найдите производную функции $h(x) = 7 \cos 2x$.
- 11.4.** Найдите производную функции $h(x) = 2 - 3 \ln x$.
- 11.5.** Найдите производную функции $h(x) = e^{2x} \cdot \cos x$.
- 11.6.** Найдите точку максимума функции $h(x) = \cos x$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.
- 11.7.** Найдите точку максимума функции $h(x) = -2x^2 - 7x + 11$.
- 11.8.** Найдите наименьшее значение функции $h(x) = x^2 - 8x - 13$.

Зачетные задания

- 11.9.** Найдите наибольшее значение функции
- $$y = (x^2 + 7x + 1)e^{x+8}$$
- на отрезке $[-9; -7]$.
- 11.10.** Найдите наибольшее значение функции $y = \frac{27}{\pi}x - 4 \cos x + 16$ на отрезке $\left[-\frac{2\pi}{3}; 0\right]$.

■ 11.1

■ 11.2

■ 11.3

■ 11.4

■ 11.5

■ 11.6

■ 11.7

■ 11.8

■ 11.9

■ 11.10

Задание 12

Подготовительные задания

- 12.1 ■ 12.1. Труба наполняет бассейн за 8 часов. Сколько литров воды за час пропускает труба, если объем бассейна 600 литров?
- 12.2 ■ 12.2. На изготовление заказа у рабочего уходит 20 часов. Сколько деталей входит в заказ, если за час рабочий делает 27 деталей?
- 12.3 ■ 12.3. С какой средней скоростью нужно ехать гонцику, если он хочет проехать 560 километров за 3,5 часа? Ответ дайте в километрах в час.
- 12.4 ■ 12.4. Первая труба наполняет бассейн за 9 часов. За сколько часов заполнит бассейн вторая труба, если известно, что она пропускает в полтора раза меньше воды, чем первая?
- 12.5 ■ 12.5. Первый рабочий делает за час на 5 деталей меньше, чем второй. На сколько часов меньше затратит второй рабочий на изготовление 900 деталей, если первый рабочий за час делает 25 деталей?
- 12.6 ■ 12.6. Пылесос стоит 1300 рублей. После подорожания цена увеличилась на 10%. Сколько рублей теперь будет стоить покупка этого пылесоса при предъявлении карточки на скидку в 10%?
- 12.7 ■ 12.7. Собственная скорость лодки равна 10 км/ч. За три часа лодка прошла против течения 24 километра. Найдите скорость течения реки в км/ч.
- 12.8 ■ 12.8. Собственная скорость лодки равна 9 км/ч. Лодка прошла 36 километров против течения реки и вернулась назад по течению. Сколько времени затратила лодка на этот путь, если скорость течения реки равна 3 км/ч? Ответ дайте в часах.

Зачетные задания

- 12.9 ■ 12.9. Каждый из трех рабочих одинаковой квалификации может выполнить заказ за 12 часов. Через 2 часа после того, как один из них приступил к выполнению заказа, к нему присоединился второй рабочий, а еще через 2 часа — третий, и работу над заказом они довели до конца уже вместе. За сколько часов был выполнен весь заказ?

12.10. Велосипедист отправился на прогулку и должен вернуться не позднее чем через 7 часов после выезда. На какое наибольшее расстояние от места старта он может удалиться, если его скорость 15 км/ч, а обратно его подвезут на машине, скорость которой равна 90 км/ч? Ответ дайте в километрах.

■ 12.10

Диагностическая работа №5

Часть 1

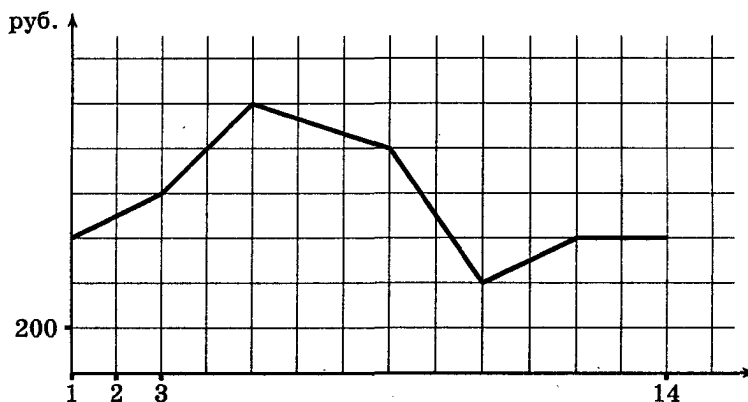
Ответом на задания В1–В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов №1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

 В1 ■

В1. Школа закупает книги по цене 70 рублей за штуку. При покупке на сумму больше 500 рублей магазин дает скидку 10%. Сколько рублей будет стоить покупка 23 книг?

 В2 ■

В2. На графике, изображенном на рисунке, представлено изменение биржевой стоимости акций нефтедобывающей компании в первые две недели сентября. 3 сентября бизнесмен приобрел 10 акций этой компании. Шесть из них он продал 10 сентября, а 12 сентября продал остальные 4. Сколько рублей потерял бизнесмен в результате этих операций?

 В3 ■

В3. Решите уравнение $\sqrt{x+4}=7$.

 В4 ■

В4. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB=91$, $\sin A = \frac{5}{13}$. Найдите AC .

 В5 ■

В5. При заказе дисков в некотором шведском музыкальном магазине цена одного диска не зависит от количества дисков в заказе, а доставка заказа в другие страны осуществляется на таких условиях:

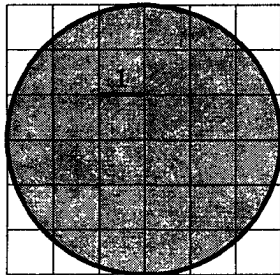
доставка заказа не более чем из трех дисков — 6 \$;

доставка заказа от 4 до 8 дисков — 17,5 \$;

доставка заказа из 9 и более дисков — 28 \$.

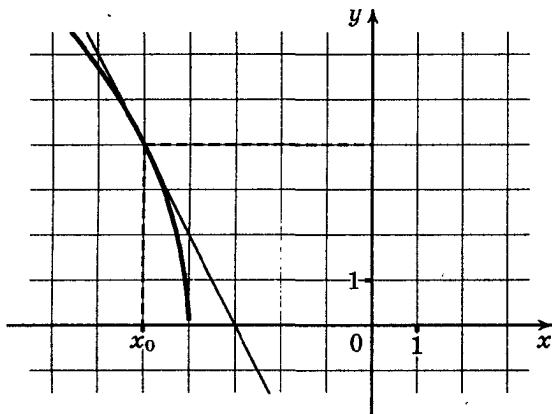
Сколько долларов придется заплатить за доставку самым дешевым способом (можно в несколько заказов) при приобретении ровно 9 дисков?

- B6.** Найдите площадь S круга. В ответе укажите $\frac{S}{\pi}$.



- B7.** Найдите значение выражения $\log_6 126 - \log_6 3,5$.

- B8.** На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной $f'(x)$ в точке x_0 .



- B9.** Объем цилиндра равен 24 см^3 . Радиус основания цилиндра уменьшили в 2 раза, а образующую увеличили в 5 раз. Найдите объем получившегося цилиндра. Ответ дайте в см^3 .

- B10.** Для одного из предприятий-монополистов зависимость объема спроса на продукцию q (единиц в месяц) от ее цены p (тыс. руб.) задается формулой: $q = 100 - 10p$. Определите максимальный уровень цены p (в тыс. руб.), при котором значение выручки предприятия за месяц $r = q \cdot p$ составит не менее 210 тыс. руб.

- B11.** Найдите наименьшее значение функции $y = 11 \operatorname{tg} x - 11x + 16$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$.

- B12.** Первая труба наполняет бак объемом 600 литров, а вторая труба — бак объемом 900 литров. Известно, что одна из труб пропускает в минуту на 3 л воды больше, чем другая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если баки были наполнены за одно и то же время?

■ B6

■ B7

■ B8

■ B9

■ B10

■ B11

■ B12

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1 ■

С1. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} 2^y + 2 \sin x = 0, \\ \operatorname{tg} x + 1 = \frac{1}{\cos^2 x}. \end{cases}$$

С2 ■

С2. Ребро AD пирамиды $DABC$ перпендикулярно плоскости основания ABC . Найдите расстояние от вершины A до плоскости, проходящей через середины ребер AB , AC и AD , если $AD = 2\sqrt{5}$, $AB = AC = 10$, $BC = 4\sqrt{5}$.

С3 ■

С3. Решите неравенство

$$\frac{\log_3 x}{\log_3(3x+2)} < 1.$$

С4 ■

С4. Окружности радиусов 2 и 4 касаются в точке B . Через точку B проведена прямая, пересекающая второй раз меньшую окружность в точке A , а большую — в точке C . Известно, что $AC = 3\sqrt{2}$. Найдите BC .

С5 ■

С5. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$x^2 - (|a+5| - |a-5|)x + (a-12)(a+12) = 0$$

имеет два различных отрицательных корня.

С6 ■

С6. Квадратный трехчлен $f(x) = x^2 + px + q$ имеет два различных целых корня. Один из корней трехчлена и его значение в точке $x = 11$ являются простыми числами. Найдите корни трехчлена.

Диагностическая работа №6

Часть 1

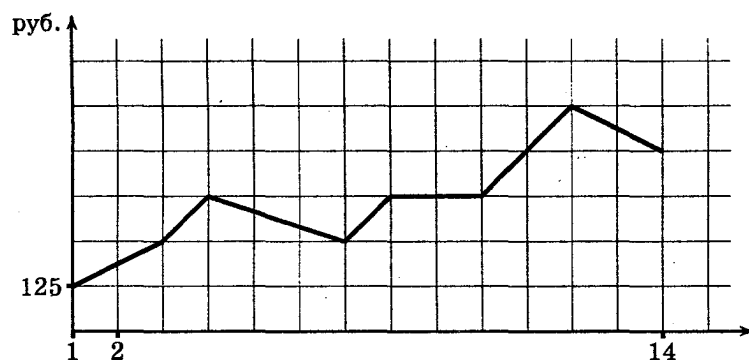
Ответом на задания В1–В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов №1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

В1. В туристический поход на 7 дней отправляется группа из 8 человек. В походе на одного человека приходится 90 грамм сахара в день. Сколько трехкилограммовых мешков сахара нужно купить, чтобы сахара хватило на весь поход?

■ В1

В2. На графике, изображенном на рисунке, представлено изменение биржевой стоимости акций газодобывающей компании в первые две недели апреля. В первую неделю апреля бизнесмен купил 14 акций, а потом продал их на второй неделе. Какую наибольшую прибыль он мог получить?

■ В2



В3. Решите уравнение $\log_5(x - 3) = 3$.

■ В3

В4. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB = 78$, $\sin B = \frac{12}{13}$. Найдите BC .

■ В4

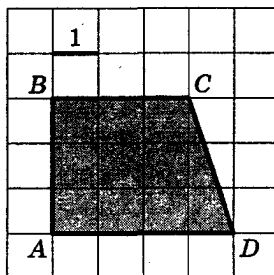
В5. Строительной фирме нужно приобрести 60 кубометров пеноблоков у одного из трех поставщиков. Какова наименьшая стоимость (в рублях) покупки с доставкой, если цены на пеноблоки и условия доставки приведены в таблице?

■ В5

Поставщик	Цена пеноблоков (за 1 м ³)	Стоимость доставки	Дополнительные условия
А	2700 руб.	7000 руб.	При заказе на сумму больше 200 000 руб. доставка бесплатно
Б	2800 руб.	5700 руб.	При заказе на сумму больше 150 000 руб. доставка бесплатно
В	2750 руб.	3000 руб.	

B6 ■

B6. Найдите площадь трапеции $ABCD$.

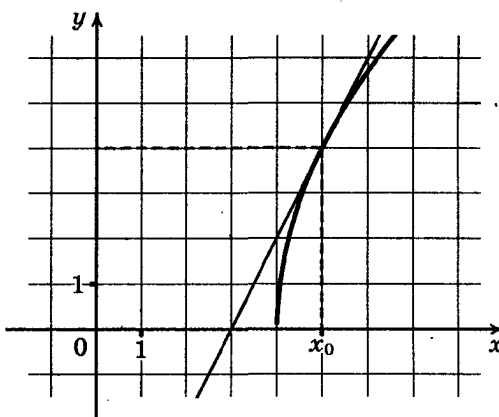


B7 ■

B7. Найдите значение выражения $\frac{60}{6^{\log_6 5}}$.

B8 ■

B8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной $f'(x)$ в точке x_0 .



B9 ■

B9. Объем данной правильной треугольной призмы равен 80 см^3 . Найдите объем правильной треугольной призмы, ребро основания которой в 4 раза меньше ребра основания данной призмы, а высота в 4 раза больше высоты данной призмы. Ответ дайте в см^3 .

B10 ■

B10. Для поддержания навеса планируется использовать цилиндрическую колонну. Давление (в паскалях), оказываемое навесом и колонной на опору, определяется по формуле $P = \frac{4mg}{\pi D^2}$, где $m = 2700 \text{ кг}$ — их общая масса, D (в метрах) — диаметр колонны. Считая ускорение свободного падения g равным 10 м/с^2 , а π равным 3 , определите наименьший возможный диаметр колонны (в метрах), если давление, оказываемое на опору, не должно быть больше $400\,000 \text{ Па}$.

B11 ■

B11. Найдите наибольшее значение функции $y = 12 \operatorname{tg} x - 12x + 3\pi - 13$ на отрезке $[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}]$.

- B12.** Три килограмма черешни стоят столько же, сколько пять килограммов вишни, а три килограмма вишни — столько же, сколько два килограмма клубники. На сколько процентов килограмм клубники дешевле килограмма черешни?

■ B12

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

- C1.** Решите систему уравнений
$$\begin{cases} 4^{\sin y} - 5 \cdot 2^{\sin y} + 4 = 0, \\ \sqrt{x} + 5 \cos y + 1 = 0. \end{cases}$$

■ C1

- C2.** В пирамиде $DABC$ известны длины ребер: $AB = AC = DB = DC = 10$, $BC = DA = 12$. Найдите расстояние между прямыми DA и BC .

■ C2

- C3.** Решите неравенство

$$\frac{(\log_3(10x+3)) \cdot (\log_3(3x+10))}{(\log_3 10x) \cdot \log_3 x} \geq 0.$$

■ C3

- C4.** Окружности S_1 и S_2 радиусов R и r ($R > r$) соответственно касаются в точке A . Через точку B , лежащую на окружности S_1 , проведена прямая, касающаяся окружности S_2 в точке M . Найдите BM , если известно, что $AB = a$.

■ C4

- C5.** Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$|1 - ax| = 1 + (1 - 2a)x + ax^2$$

имеет единственный корень.

■ C5

- C6.** Найдите все такие натуральные n , что при вычеркивании первой цифры у числа 4^n снова получается число, являющееся натуральной степенью числа 4.

■ C6

Диагностическая работа №7

Часть 1

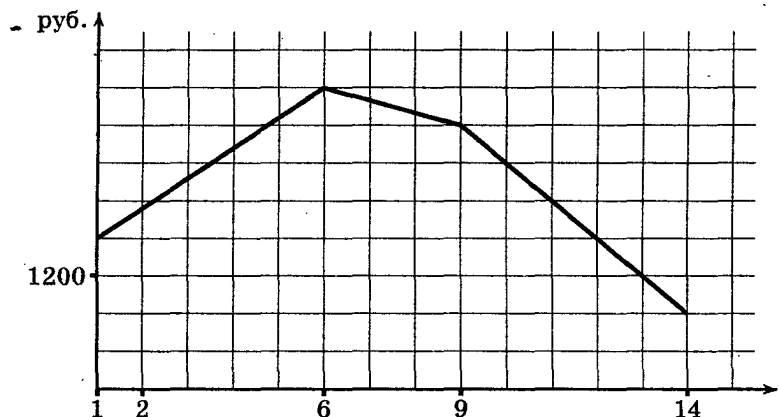
Ответом на задания В1–В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов №1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

 В1 ■

 В2 ■

В1. Пачка масла стоит 37 рублей 70 копеек. Сколько пачек масла можно купить на 500 рублей?

В2. На графике, изображенном на рисунке, представлено изменение биржевой стоимости акций нефтеперерабатывающей компании в первые две недели октября. 1 октября бизнесмен приобрел 10 акций этой компании. Три из них он продал 12 октября, а 13 октября продал остальные 7. Сколько рублей потерял бизнесмен в результате этих операций?


 В3 ■

В3. Решите уравнение $2^{5-x} = 0,25$.

 В4 ■

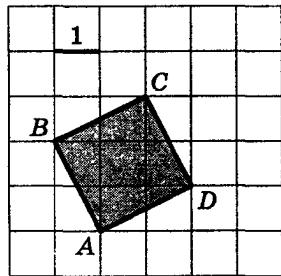
В4. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB = 78$, $\sin A = \frac{5}{13}$. Найдите AC .

 В5 ■

В5. Для транспортировки 80 тонн груза на 1100 км можно использовать одного из трех перевозчиков. Тарифы перевозчиков приведены в таблице. Какова наименьшая стоимость (в рублях) транспортировки?

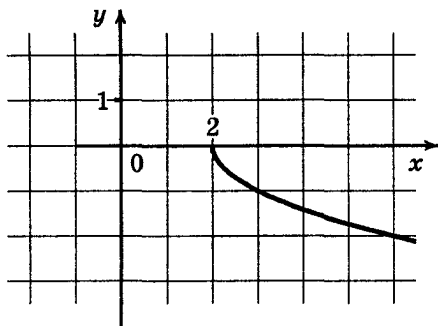
Перевозчик	Стоимость перевозки одним автомобилем (на 100 км)	Грузоподъемность автомобилей (тонн)
А	3700	3,5
Б	4300	5
В	9800	12

B6. Найдите площадь квадрата $ABCD$.

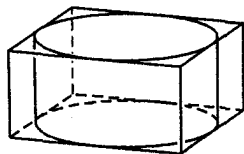


B7. Найдите значение выражения $\frac{30}{5^{\log_5 3}}$.

B8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Прямая, проходящая через точку $(-1; 1)$, касается этого графика в точке с абсциссой 3. Найдите $f'(3)$.



B9. Цилиндр вписан в прямоугольный параллелепипед. Радиус основания и высота цилиндра равны 6. Найдите объем параллелепипеда.



B10. Высоту над землей (в метрах) подброшенного вверх камня можно вычислять по формуле $h(t) = 1,4 + 14t - 5t^2$, где t — время в секундах. Сколько секунд камень будет находиться на высоте более 8 метров?

B11. Найдите наибольшее значение функции $y = 13x - 13 \operatorname{tg} x - 18$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$.

B12. Из пункта А круговой трассы, длина которой равна 30 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобилиста. Скорость первого равна 92 км/ч, скорость второго — 77 км/ч. Через сколько минут первый автомобилист будет опережать второго ровно на 1 круг?

■ B6

■ B7

■ B8

■ B9

■ B10

■ B11

■ B12

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1 ■

С1. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 4 \cos^2 x - 12 \cos x + 5 = 0, \\ \sqrt{y^2 - 4y + 16} + 4 \sin x = 0. \end{cases}$$

С2 ■

С2. Основанием прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ является равнобедренный треугольник ABC , в котором $AB = BC = 10$, $AC = 16$. Боковое ребро призмы равно 24. Точка P — середина ребра BB_1 . Найдите тангенс угла между плоскостями $A_1B_1C_1$ и ACP .

С3 ■

С3. Решите неравенство

$$\log_{x+2}^2(x-18)^2 + 32 \leq 16 \log_{x+2}(36 + 16x - x^2).$$

С4 ■

С4. Точка O — центр окружности радиуса 2. На продолжении радиуса OM взята точка A . Через точку A проведена прямая, касающаяся окружности в точке K . Известно, что $\angle OAK = 60^\circ$. Найдите радиус окружности, вписанной в угол OAK и касающейся данной окружности внешним образом.

С5 ■

С5. Найдите наибольшее значение параметра b , при котором неравенство

$$\sqrt{b^5}(8x - x^2 - 16) + \frac{\sqrt{b}}{8x - x^2 - 16} \geq -\frac{2}{3}b |\cos \pi x|$$

имеет хотя бы одно решение.

С6 ■

С6. Какое наибольшее количество чисел можно выбрать из отрезка натурального ряда от 1 до 2009 так, чтобы разность любых двух из них не была простой?

Диагностическая работа №8

Часть 1

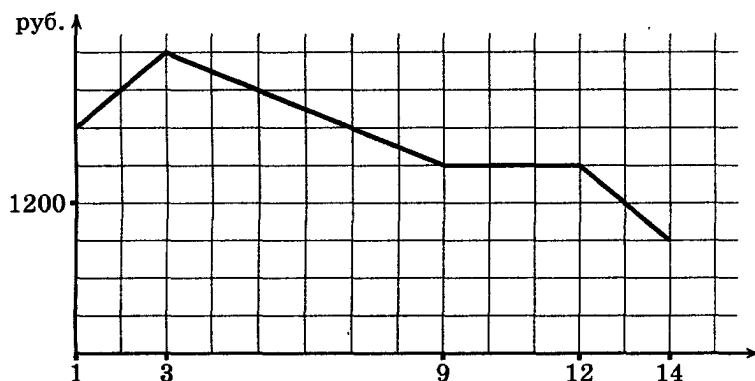
Ответом на задания В1–В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов №1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

В1. В двух автомобилях перевозилось одинаковое количество помидоров. При этом в первом автомобиле при транспортировке испортились 20 % перевозимых помидоров, что составило 96 штук. Во втором автомобиле испортилось 15 % помидоров. Сколько помидоров испортилось во втором автомобиле?

■ В1

В2. На графике, изображенном на рисунке, представлено изменение биржевой стоимости акций газодобывающей компании в первые две недели ноября. 2 ноября бизнесмен приобрел 10 акций этой компании. Шесть из них он продал 6 ноября, а 13 ноября — остальные 4. Сколько рублей потерял бизнесмен в результате этих операций?

■ В2



В3. Решите уравнение $\sqrt{x+9}=5$.

■ В3

В4. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB=95$, $\cos B=\frac{3}{5}$. Найдите AC .

■ В4

В5. При заказе дисков в некотором шведском музыкальном магазине цена одного диска не зависит от количества дисков в заказе, а доставка заказа в другие страны осуществляется на таких условиях:

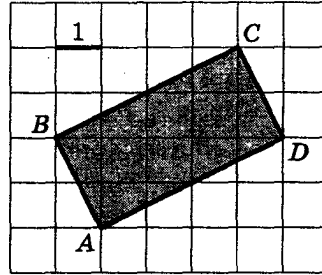
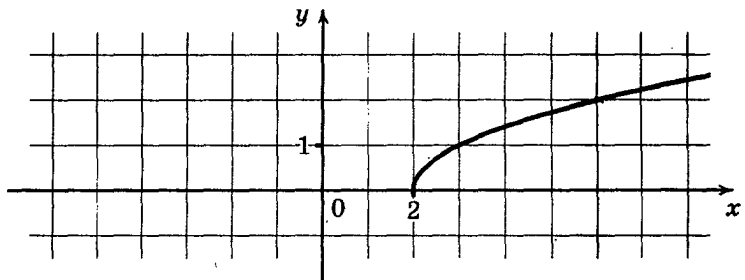
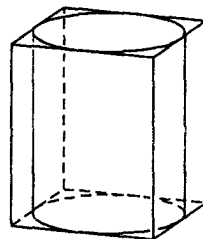
■ В5

доставка заказа не более чем из трех дисков — 6 \$;

доставка заказа от 4 до 8 дисков — 17,5 \$;

доставка заказа из 9 и более дисков — 28 \$.

Сколько долларов придется заплатить за доставку самым дешевым способом (можно в несколько заказов) при приобретении ровно 11 дисков?

B6 ■**B6.** Найдите площадь прямоугольника $ABCD$.**B7** ■**B7.** Найдите значение выражения $\log_6 144 - \log_6 4$.**B8** ■**B8.** На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Прямая, проходящая через точку $(-6; -1)$, касается этого графика в точке с абсциссой 6. Найдите $f'(6)$.**B9** ■**B9.** Цилиндр вписан в прямоугольный параллелепипед. Радиус основания цилиндра равен 2. Объем параллелепипеда равен 80. Найдите высоту цилиндра.**B10** ■**B10.** Масса радиоактивного вещества уменьшается по закону

$m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$. В лаборатории получили вещество, содержащее в начальный момент времени $m_0 = 280$ мкг изотопа железа-59, период полураспада которого $T = 45$ суток. В течение скольких суток содержание изотопа железа-59 в веществе будет превосходить 17,5 мкг?

B11 ■**B11.** Найдите наибольшее значение функции $y = (21 - x)e^{20-x}$ на отрезке $[19; 21]$.

- B12.** Имеются два сосуда, содержащие 42 кг и 6 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 40 % кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 50 % кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом растворе?

■ B12

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

- C1.** Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{y + \cos^2 x} - 2 = \cos x, \\ y \sin^2 x - \sin x - 1 = 0. \end{cases}$$

■ C1

- C2.** Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Найдите угол между плоскостями $AB_1 C_1$ и $A_1 B_1 C$.

■ C2

- C3.** Решите неравенство

$$\log_{2-x}(x+2) \cdot \log_{x+3}(3-x) \leq 0.$$

■ C3

- C4.** Дана окружность радиуса 2 с центром O . Хорда AB пересекает радиус OC в точке D , причем $\angle CDA = 120^\circ$. Найдите радиус окружности, вписанной в угол ADC и касающейся дуги AC , если $OD = \sqrt{3}$.

■ C4

- C5.** Найти все значения параметра a , при каждом из которых для любого значения x выполняется неравенство

$$|3 \sin^2 x + 2a \sin x \cdot \cos x + \cos^2 x + a| \leq 3.$$

■ C5

- C6.** Найдите все такие целые a и b , что корни уравнения

$$x^2 + (2a + 9)x + 3b + 5 = 0$$

■ C6

являются различными целыми числами, а коэффициенты $2a + 9$ и $3b + 5$ — простыми числами.

Диагностическая работа №9

Часть 1

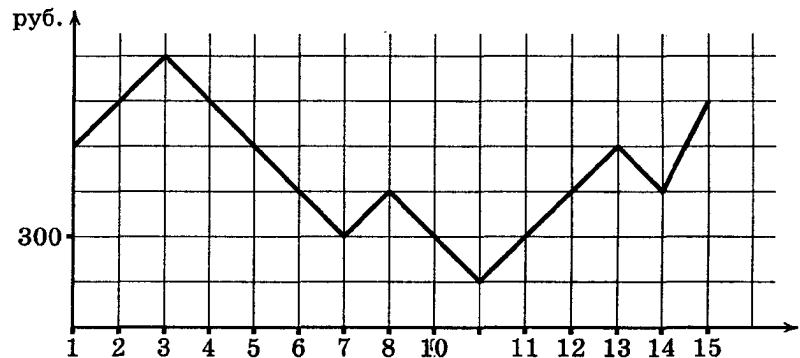
Ответом на задания В1–В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов №1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

 В1 ■

- В1.** В туристический поход отправляется группа из 18 человек. В походе на одного человека приходится 60 грамм гречки на прием пищи. Планируется 7 раз готовить гречку. Сколько килограммовых пачек необходимо купить, чтобы гречки хватило?

 В2 ■

- В2.** На графике, изображенном на рисунке, представлено изменение биржевой стоимости акций горнодобывающей компании в первой половине сентября. 7 сентября бизнесмен купил пакет акций, а 13 сентября продал его. В результате этих операций прибыль бизнесмена составила 3600 рублей. Сколько акций было в пакете?

 В3 ■

- В3.** Решите уравнение $\log_2 x = -2$.

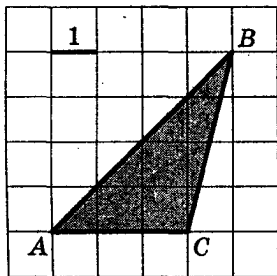
 В4 ■

- В4.** В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB = 102$, $\cos A = \frac{15}{17}$. Найдите BC .

 В5 ■

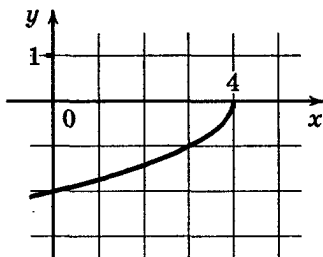
- В5.** Ткань можно покупать либо по метру, стоимостью 23 рубля за метр, либо рулонами по 100 метров, стоимостью 1950 рублей за рулон. Сколько рублей придется заплатить за самый дешевый вариант приобретения 80 метров ткани?

B6. Найдите площадь треугольника ABC .

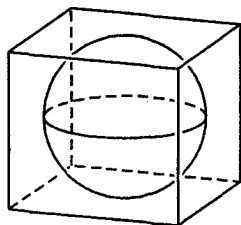


B7. Найдите значение выражения $\log_3 13 - \log_3 117$.

B8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Прямая, проходящая через точку $(7; 1)$, касается этого графика в точке с абсциссой 3. Найдите $f'(3)$.



B9. Прямоугольный параллелепипед описан около сферы радиуса 4. Найдите его объем.



B10. Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени (в минутах) для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально и на исследуемом интервале температур задается выражением $T(t) = T_0 + at + bt^2$, где $T_0 = 900$ К, $a = 31$ К/мин, $b = -0,2$ К/мин². Известно, что при температурах нагревателя свыше 1550 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключать. Определите (в минутах), через какое наибольшее время после начала работы нужно отключать прибор.

B11. Найдите наименьшее значение функции

$$y = (x^2 - 9x + 9)e^{x-7}$$

на отрезке $[6; 8]$.

■ B6

■ B7

■ B8

■ B9

■ B10

■ B11

В12 ■

- В12.** Смешали 14 литров 30-процентного водного раствора некоторого вещества с 10 литрами 18-процентного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора? Знак % в ответе не пишете.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

 С1 ■

- С1.** Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 4^y - 10 \cdot 2^y + 16 = 0, \\ \cos x = \sqrt{y - 2}. \end{cases}$$

 С2 ■

- С2.** В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны длины ребер: $AA_1 = 5$, $AB = 12$, $AD = 8$. Найдите тангенс угла между плоскостью ABC и плоскостью, проходящей через точку B перпендикулярно прямой AK , если K — середина ребра $C_1 D_1$.

 С3 ■

- С3.** Решите неравенство

$$\log_{12} x^2 - 41x + 35 (3 - x) \geq \log_{2} x^2 - 5x + 3 (3 - x).$$

 С4 ■

- С4.** Окружности с центрами O и B радиуса OB пересекаются в точке C . Радиус OA окружности с центром O перпендикулярен OB , причем точки A и C лежат по одну сторону от прямой OB . Окружность S_1 касается меньших дуг AB и OC этих окружностей, а также прямой OA , а окружность S_2 касается окружности с центром B , прямой OA и окружности S_1 . Найдите отношение радиуса окружности S_1 к радиусу окружности S_2 .

 С5 ■

- С5.** Найдите все значения параметра a , при каждом из которых все корни уравнения

$$3ax^2 + (3a^3 - 12a^2 - 1)x - a(a - 4) = 0$$

удовлетворяют неравенству $|x| \leq 1$.

 С6 ■

- С6.** Решите в целых числах уравнение $3^n + 8 = x^2$.

ОТВЕТЫ

Диагностическая работа №1

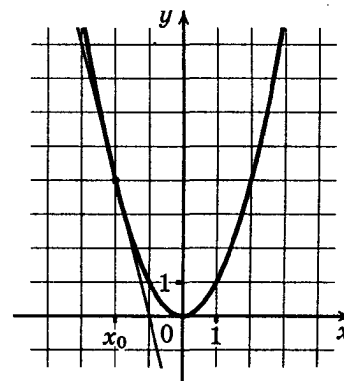
В1. 22. **В2.** 9. **В3.** -9. **В4.** 36. **В5.** 238000. **В6.** 8. **В7.** 2. **В8.** 0,25. **В9.** 5. **В10.** 1,8. **В11.** 11. **В12.** 300.

Диагностическая работа №2

В1. 23. **В2.** 11. **В3.** 6. **В4.** 96. **В5.** 387000. **В6.** 9. **В7.** 2. **В8.** 0,5. **В9.** 8. **В10.** 1000. **В11.** 9. **В12.** 40.

Тематические задания. Комплект 1

- В1.** 1. 11,6. 2. 221. 3. 6. 4. 200. 5. 12800. 6. 9. 7. 8. 8. 15. 9. 6. 10. 672.
В2. 1. 8. 2. 4. 3. 19. 4. 1. 5. 12. 6. 1. 7. 3. 8. 12. 9. 6000. 10. 10.
В3. 1. 2. 2. 49. 3. 25. 4. 0,09. 5. 0,125. 6. 4. 7. 5. 8. -4. 9. -3. 10. 39.
В4. 1. 3,5. 2. 0,6. 3. 0,75. 4. 0,4. 5. 5. 6. 4. 7. 3. 8. 72. 9. 24. 10. 15.
В5. 1. 3000. 2. 1035. 3. 1026. 4. 40. 5. 1510. 6. 25670. 7. 80030. 8. 67950.
9. 503100. 10. 35700.
В6. 1. 3. 2. 16. 3. 14. 4. 21. 5. 15. 6. 6. 7. 7,5. 8. 22. 9. 10. 10. 12.
В7. 1. 5. 2. 2). 3. 4. 4. -3. 5. -2. 6. -4. 7. -2. 8. 3. 9. 1. 10. 2.
В8. 1. 2). 2. См. рисунок. 3. 3). 4. 3). 5. 2. 6. 4. 7. 3. 8. 4.
9. 3. 10. 0,75.
В9. 1. 4π. 2. 16π. 3. 22. 4. 88. 5. а) π; б) 2π; в) 4π. 6. а) $\frac{\pi}{3}$;
б) $\frac{2\pi}{3}$; в) $\frac{4\pi}{3}$. 7. 3. 8. 100. 9. 8. 10. 75.
В10. 1. 540. 2. 221. 3. 132. 4. 21. 5. $x < -4,8$. 6. $-3 < x < \frac{1}{3}$.
7. $x > 0$. 8. $\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$. 9. 3,4. 10. 48.
В11. 1. $h'(x) = 4x^3 + 2$. 2. $h'(x) = 2e^{2x}$. 3. $h'(x) = 5 \cos x$.
4. $h'(x) = \frac{7}{x}$. 5. $h'(x) = \cos x \cdot \ln x + \frac{\sin x}{x}$. 6. $\frac{\pi}{2}$. 7. 6,5. 8. 12.
9. 22. 10. -20.
В12. 1. 150. 2. 780. 3. 180. 4. 6. 5. 8. 6. $\frac{10}{13}$. 7. 12,5. 8. 5. 9. 144. 10. 80.



Диагностическая работа №3

В1. 8. **В2.** 10. **В3.** 32. **В4.** 40. **В5.** 731,5. **В6.** 10,5. **В7.** 2. **В8.** -3. **В9.** 15. **В10.** 30. **В11.** 13. **В12.** 75.

Диагностическая работа №4

В1. 3. **В2.** 7. **В3.** -7. **В4.** 35. **В5.** 54. **В6.** 7,5. **В7.** 4. **В8.** 3. **В9.** 45. **В10.** 30. **В11.** 13. **В12.** 72.

Тематические задания. Комплект 2

- В1.** 1. 24. 2. 408. 3. 23. 4. 368. 5. 30. 6. 20. 7. 33. 8. 12. 9. 555. 10. 14,2.
В2. 1. 8. 2. 15. 3. 15. 4. 5. 5. 15. 6. 7. 7. 4. 8. 12. 9. 14. 10. 12.
В3. 1. -3. 2. 121. 3. 81. 4. 1,44. 5. 0,04. 6. 3. 7. 3. 8. 4. 9. 2. 10. -59.
В4. 1. 22. 2. 1,6. 3. 0,125. 4. 0,2. 5. 0,3. 6. 7. 7. 4. 8. 7. 9. 24. 10. 60.
В5. 1. 90. 2. 875. 3. 3600. 4. 75. 5. 1530. 6. 50490. 7. 65630. 8. 56610. 9. 309600.
10. 29100.
В6. 1. 4. 2. 20. 3. 14. 4. 8. 5. 13. 6. 5. 7. 6,5. 8. 36. 9. 20. 10. 30.

B7. 1. -4. 2. 3). 3. -3. 4. 3. 5. 0,5. 6. -2. 7. -0,25. 8. -1,5. 9. 3. 10. 2.

B8. 1. 1). 2. См. рисунок. 3. 1). 4. 4). 5. 0,25. 6. 3. 7. -6.
8. 4. 9. 2. 10. 0,75.

B9. 1. $\frac{4\pi}{3}$. 2. $\frac{32\pi}{3}$. 3. 6. 4. 48. 5. а) 2π ; б) 4π ; в) 4π . 6. а) π ;

б) 2π ; в) 2π . 7. 1,5. 8. 2,5. 9. 120. 10. 12.

B10. 1. 293. 2. 319. 3. 95. 4. 9. 5. $x < 1,6$. 6. $-\frac{5}{4} < x < 2$.

7. $x < 11$. 8. $-\frac{2\pi}{3} < x < \frac{2\pi}{3}$. 9. 2,2. 10. 3.

B11. 1. $h'(x) = -5x^{-6}$. 2. $h'(x) = 5e^{5x}$. 3. $h'(x) = -14 \sin 2x$.

4. $h'(x) = -\frac{3}{x}$. 5. $h'(x) = 2e^{2x} \cdot \cos x - e^{2x} \cdot \sin x$. 6. 0. 7. -1,75.

8. -29. 9. 8. 10. 12.

B12. 1. 75. 2. 540. 3. 160. 4. 13,5. 5. 6. 6. 1287. 7. 2. 8. 9. 9. 6. 10. 90.

Диагностическая работа №5

B1. 1449. **B2.** 3200. **B3.** 45. **B4.** 84. **B5.** 18. **B6.** 9. **B7.** 2. **B8.** -2. **B9.** 30.

B10. 7. **B11.** 16. **B12.** 9. **C1.** $x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; y = 0,5$. **C2.** 2. **C3.** $(0; \infty)$. **C4.** $2\sqrt{2}$.

C5. $(12; 13)$. **C6.** $x_1 = 12, x_2 = 13$.

Диагностическая работа №6

B1. 2. **B2.** 7000. **B3.** 128. **B4.** 30. **B5.** 168000. **B6.** 10,5. **B7.** 12. **B8.** 2.
B9. 20. **B10.** 0,3. **B11.** -1. **B12.** 10. **C1.** $x = 16; y = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$. **C2.** $2\sqrt{7}$.

C3. $(0; 0,1) \cup (1; \infty)$. **C4.** $a\sqrt{1 \pm \frac{r}{R}}$. **C5.** $\{0; 1\}$. **C6.** 3.

Диагностическая работа №7

B1. 13. **B2.** 2800. **B3.** 7. **B4.** 72. **B5.** 754600. **B6.** 5. **B7.** 10. **B8.** -0,5. **B9.** 864.

B10. 1,6. **B11.** -18. **B12.** 120. **C1.** $x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; y = 2$. **C2.** 2. **C3.** 2. **C4.** $2 \pm \frac{4}{3}\sqrt{2}$.

C5. $\{1/9\}$. **C6.** 503.

Диагностическая работа №8

B1. 72. **B2.** 4500. **B3.** 16. **B4.** 76. **B5.** 23,5. **B6.** 10. **B7.** 12. **B8.** 0,25. **B9.** 5.
B10. 180. **B11.** -1. **B12.** 15,4. **C1.** $x_1 = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; y_1 = 2; x_2 = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$

$y_2 = 2$. **C2.** $\frac{\pi}{3}$. **C3.** $(-2; -1] \cup (1; 2)$. **C4.** $2\sqrt{21} - 9$ или $3 + 2\sqrt{3}$. **C5.** $[-2, 4; 0]$. **C6.** $a = -3,$

$b = -1$.

Диагностическая работа №9

B1. 8. **B2.** 12. **B3.** 0,25. **B4.** 48. **B5.** 1840. **B6.** 6. **B7.** -2. **B8.** 0,5. **B9.** 512. **B10.** 25.

B11. -5. **B12.** 25. **C1.** $x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; y = 3$. **C2.** 2. **C3.** $(\frac{1}{2}; 1) \cup [\frac{8}{5}; \frac{5}{3}) \cup (\frac{7}{4}; 2) \cup (2; 3)$.

C4. $\frac{7 \pm 2\sqrt{6}}{6}$. **C5.** $\{0\} \cup [2 + \sqrt{3}; 2 + \sqrt{5}]$. **C6.** $n = 0, x = 3; n = 0, x = -3$.

