

**МЕЖДУНАРОДНАЯ ДИСТАНЦИОННАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ  
ОЛИМПИАДА «ТРЕТЬЕ ТЫСЯЧЕЛЕТИЕ»**  
2008 год

**Задачи для 5 класса**

1. Двое детей по очереди (пропускать ход нельзя!) выставляют на стол либо одну фишку, либо столько, сколько их уже стоит на столе, если нужное число фишек еще осталось в коробочке. Выигрывает тот из них, кто поставит последнюю фишку. В начале игры на столе фишек нет, а в коробочке — 5. Кто выиграет, если будет играть наилучшим образом?
2. В квадрате  $5 \times 5$  проведены линии, разбивающие его на клетки  $1 \times 1$ . Сколько всего квадратов можно найти на получившемся чертеже?
3. Аня хочет положить в каждую коробку одинаковое число своих игрушек. Сначала она попыталась разложить их по 12 в каждую коробку, но 5 игрушек оказались лишними. Затем она попробовала разложить их по 15 в каждую коробку, но для последней коробки остались только 2 игрушки. Тогда Аня догадалась взять еще одну коробку. Сколько игрушек Аня должна теперь положить в каждую коробку, чтобы добиться своей цели?
4. Какой цифрой заканчивается десятичная запись числа  $2008^{2008}$  ?
5. Можно ли так расположить на плоскости 5 отрезков, чтобы каждый из них пересекался со всеми остальными, кроме какого-то одного?
6. Серия трамвайных билетов включает все шестизначные номера от 000000 до 999999. Петербурженка Ася коллекционирует билеты, номера которых делятся на 78. Москвич Вася предпочитает билеты, номера которых делятся на 77, но не делятся на 78. Каких билетов в серии больше и на сколько: интересных Асе или Васе?

# МЕЖДУНАРОДНАЯ ДИСТАНЦИОННАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА «ТРЕТЬЕ ТЫСЯЧЕЛЕТИЕ»

2008 год

## Задачи для 6 класса

1. Двое детей по очереди (пропускать ход нельзя!) выставляют на стол либо одну фишку, либо столько, сколько их уже стоит на столе, если нужное число фишек еще осталось в коробочке. Выигрывает тот из них, кто поставит последнюю фишку. В начале игры на столе фишек нет, а в коробочке — 6. Кто выиграет, если будет играть наилучшим образом?
2. В дивизионе меньше тысячи солдат, составляющих три одинаковые по численности батареи. Майор хочет построить их всех на плацу в форме прямоугольника. Сначала он хотел поставить по 17 солдат в каждой шеренге, но для этого не хватило одного солдата. Тогда он попытался поставить по 13 солдат в каждой шеренге, но в этот раз один солдат оказался лишним. Сколько солдат в одной батарее?
3. Архитектор хочет спланировать новый город, вокруг которого пройдет кольцевая автодорога в форме окружности, а все 2008 улиц должны быть прямыми. Все перекрестки в этом городе должны иметь форму буквы *T*: одна улица (или *КАД*) проходит перекресток насквозь, а другая в него упирается. Найдите число перекрестков.
4. Арбуз весом 3 кг стоит 11 гривен, 4 кг — 13 гривен, а 5 кг — 17 гривен. Какие арбузы нужно выбрать, чтобы за 100 гривен купить их как можно больше по весу?
5. Какими двумя цифрами заканчивается десятичная запись числа  $2008^{2008}$ ?
6. Серия трамвайных билетов включает все шестизначные номера от 000000 до 999999. Петербурженка Ася коллекционирует билеты, номера которых делятся на 78. Москвич Вася предпочитает билеты, номера которых делятся на 77, но не делятся на 78. Каких билетов в серии больше и на сколько: интересных Асе или Васе?

# МЕЖДУНАРОДНАЯ ДИСТАНЦИОННАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА «ТРЕТЬЕ ТЫСЯЧЕЛЕТИЕ»

2008 год

## Задачи для 7 класса

1. Двое детей по очереди (пропускать ход нельзя!) выставляют на стол либо одну фишку, либо столько, сколько их уже стоит на столе, если нужное число фишек еще осталось в коробочке. Выигрывает тот из них, кто поставит последнюю фишку. В начале игры на столе фишек нет, а в коробочке — 7. Кто выиграет, если будет играть наилучшим образом?
2. Можно ли так расположить на плоскости 7 отрезков, чтобы каждый из них пересекался со всеми остальными, кроме какого-то одного?
3. В полку меньше тысячи солдат. Полковник хочет построить их на плацу в форме прямоугольника. Сначала он хотел поставить по 17 солдат в каждой шеренге, но для этого не хватило одного солдата. Тогда он попытался поставить по 19 солдат в каждой шеренге, но опять не хватило одного солдата. Сумеет ли полковник поставить по 20 солдат в каждой шеренге?
4. Можно ли нарисовать на клетчатой бумаге замкнутую ломаную линию длины 2008, идущую по линиям сетки и охватывающую 2008 клеток?
5. В языке племени девбг есть две гласных буквы (*б* и *е*) и три согласных (*в*, *г* и *д*). Ни в одном слове этого языка нет ни двух подряд одинаковых букв, ни трех подряд согласных, ни двух одинаковых слогов. Каждый слог обязательно включает гласную букву, а также предшествующую ей согласную, если она там есть. Если между двумя гласными стоят подряд две согласные, то они относятся к разным слогам. Какое наибольшее число букв может иметь слово этого языка?
6. Шахматная доска имеет форму квадрата  $8 \times 8$ , клетки которой поочередно закрашены в черный и белый цвета. Новая фигура «динозавр» бьет все клетки противоположного цвета, не лежащие вместе с ним на одной вертикали, горизонтали или диагонали. В какую клетку нужно поставить динозавра, чтобы он бил как можно большее число клеток?

# МЕЖДУНАРОДНАЯ ДИСТАНЦИОННАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА «ТРЕТЬЕ ТЫСЯЧЕЛЕТИЕ»

2008 год

## Задачи для 8 класса

1. Двое детей по очереди (пропускать ход нельзя!) выставляют на стол либо одну фишку, либо столько, сколько их уже стоит на столе, если нужное число фишек еще осталось в коробочке. Выигрывает тот из них, кто поставит последнюю фишку. В начале игры на столе фишек нет, а в коробочке — 8. Кто выиграет, если будет играть наилучшим образом?
2. Архитектор хочет спланировать новый город, вокруг которого пройдет кольцевая автодорога в форме окружности, а все 2008 улиц должны быть прямыми. Все перекрестки в этом городе должны иметь форму буквы *T*: одна улица (или *КАД*) проходит перекресток насквозь, а другая в него упирается. Каким может оказаться число перекрестков?
3. На чертеже отметили вершины и центр параллелограмма. Затем в каждом треугольнике с вершинами в этих точках отметили концы и середины медиан. Сколько всего оказалось отмеченных точек?
4. Серия трамвайных билетов включает все шестизначные номера от 000000 до 999999. Петербурженка Ася коллекционирует билеты, номера которых делятся на 78. Москвич Вася предпочитает билеты, номера которых делятся на 77, но не делятся на 78. Каких билетов в серии больше и на сколько: интересных Асе или Васе?
5. Шахматная доска имеет форму квадрата  $8 \times 8$ , клетки которой поочередно закрашены в черный и белый цвета. Новая фигура «динозавр» бьет все клетки противоположного цвета, не лежащие вместе с ним на одной вертикали, горизонтали или диагонали. В какую клетку нужно поставить динозавра, чтобы он бил как можно меньшее число клеток?
6. Каждое из трех натуральных чисел умножили на разность двух оставшихся, а произведения сложили. Сумма оказалась равна 2008. Подберите эти числа так, чтобы сумма их самих была как можно меньше.

**МЕЖДУНАРОДНАЯ ДИСТАНЦИОННАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ  
ОЛИМПИАДА «ТРЕТЬЕ ТЫСЯЧЕЛЕНИЕ»**

2008 год

**Задачи для 9 класса**

1. Двое детей по очереди (пропускать ход нельзя!) выставляют на стол либо одну фишку, либо столько, сколько их уже стоит на столе, если нужное число фишек еще осталось в коробочке. Выигрывает тот из них, кто поставит последнюю фишку. В начале игры на столе фишек нет, а в коробочке — 9. Кто выиграет, если будет играть наилучшим образом?
2. В каждой вершине невыпуклого многоугольника Вася измерил угол между лучами, на которых лежат стороны. Сумма всех углов оказалась равна  $2008^\circ$ . При каком наименьшем числе сторон многоугольника такое могло случиться?
3. Можно ли так расположить на плоскости 9 отрезков, чтобы каждый из них пересекался со всеми остальными, кроме какого-то одного?
4. Учитель сочиняет квадратное уравнение, абсолютные величины коэффициентов которого равны либо 1, либо 2008. Помогите ему выбрать коэффициенты так, чтобы сумма кубов корней уравнения была как можно больше.
5. Окружности радиусов 3, 4 и 5 имеют общую точку, а вторые точки их попарного пересечения лежат на одной прямой. Сколькими способами из отрезков, соединяющих точки пересечения можно выбрать пару взаимно перпендикулярных?
6. Существует ли многоугольник, периметр и площадь которого равны 2008?

**МЕЖДУНАРОДНАЯ ДИСТАНЦИОННАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ  
ОЛИМПИАДА «ТРЕТЬЕ ТЫСЯЧЕЛЕТИЕ»**

2008 год

**Задачи для 10 класса**

1. Двое детей по очереди (пропускать ход нельзя!) выставляют на стол либо одну фишку, либо столько, сколько их уже стоит на столе, если нужное число фишек еще осталось в коробочке. Выигрывает тот из них, кто поставит последнюю фишку. В начале игры на столе фишек нет, а в коробочке — 10. Кто выигрывает, если будет играть наилучшим образом?
2. На чертеже провели стороны, диагонали и все средние линии параллелограмма. Затем буквами обозначили концы и пересечения проведенных отрезков. Сколькими способами можно выбрать тройку букв, соответствующие которым точки лежат на одной прямой?
3. Постройте треугольник, длины сторон которого измеряются различными целыми числами, а один из углов равен  $60^\circ$ . Докажите, что существует бесконечно много таких треугольников, не подобных между собой.
4. Постройте на координатной плоскости  $Oprq$  множество точек  $(p; q)$ , отвечающих трехчленам  $x^2 + px + q$ , разность корней которых равна 2008.
5. Астероид имеет форму параллелепипеда. В двух его противоположных вершинах находятся одинаковые волки. Каждый волк контролирует ту часть поверхности, в пределах которой он может добежать в любую точку быстрее своего антипода. При каком соотношении между размерами параллелепипеда в распоряжении каждого волка целиком окажется какая-то из граней?
6. Сколько цифр содержит десятичная запись числа  $2008^{2008}$  ?

**МЕЖДУНАРОДНАЯ ДИСТАНЦИОННАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ  
ОЛИМПИАДА «ТРЕТЬЕ ТЫСЯЧЕЛЕНИЕ»**

2008 год

**Задачи для 11 класса**

1. Двое детей по очереди (пропускать ход нельзя!) выставляют на стол либо одну фишку, либо столько, сколько их уже стоит на столе, если нужное число фишек еще осталось в коробочке. Выигрывает тот из них, кто поставит последнюю фишку. В начале игры на столе фишек нет, а в коробочке — 11. Кто выиграет, если будет играть наилучшим образом?
2. Не пользуясь калькулятором, найдите с точностью до 0,001 стороны прямоугольника, периметр и площадь которого равны 2008.
3. Постройте треугольник, длины сторон которого измеряются различными целыми числами, а один из углов равен  $60^\circ$ . Докажите, что существует бесконечно много таких треугольников, не подобных между собой.
4. Известно, что значения двух многочленов не совпадают ни в одной точке, кроме двух их общих корней. Какое наименьшее число корней может иметь производная их произведения?
5. Существует ли многогранник, объем, площадь поверхности и сумма длин всех ребер которого равны 2008?
6. Какое наибольшее число граней правильного икосаэдра может пересечь плоскость?

**МЕЖДУНАРОДНАЯ ДИСТАНЦИОННАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ  
ОЛИМПИАДА «ТРЕТЬЕ ТЫСЯЧЕЛЕТИЕ»**

2008 год

**Задачи для 12 класса**

1. Двое детей по очереди (пропускать ход нельзя!) выставляют на стол либо одну фишку, либо столько, сколько их уже стоит на столе, если нужное число фишек еще осталось в коробочке. Выигрывает тот из них, кто поставит последнюю фишку. В начале игры на столе фишек нет, а в коробочке — 12. Кто выиграет, если будет играть наилучшим образом?
2. На чертеже провели стороны, диагонали и все средние линии параллелограмма. Затем буквами обозначили концы и пересечения проведенных отрезков. Сколькими способами можно выбрать тройку букв, соответствующие которым точки не лежат на одной прямой?
3. Постройте треугольник, длины сторон которого измеряются целыми числами, а один из углов равен  $120^\circ$ . Докажите, что существует бесконечно много таких треугольников, не подобных между собой.
4. Известно, что значения двух многочленов не совпадают ни в одной точке, кроме двух их общих корней. Какое наименьшее число корней может иметь производная их произведения?
5. Какое наибольшее число граней правильного додекаэдра может пересечь плоскость?
6. Существует ли параллелепипед, объем, площадь поверхности и сумма длин всех ребер которого равны 2008?