

5.021. Решите неравенство $\cos x \leq 1 + 3^x$.

Поскольку $\cos x \leq 1$, а $1 + 3^x > 1$ при всех x , неравенство верно для всех x .
Ответ: \mathbb{R} .

5.022. Решите неравенство $\cos x \geq x^2 + 1$.

Поскольку $\cos x \leq 1$, а $x^2 + 1 \geq 1$ при всех x , неравенство равносильно системе

$$\begin{cases} \cos x = 1 \\ x^2 + 1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 0 = 1 - \text{верно} \\ x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 0.$$

Ответ: $\{0\}$.

5.023. Решите неравенство $\cos x \geq 1 + |x|$.

Поскольку $\cos x \leq 1$, а $1 + |x| \geq 1$ при всех x , неравенство равносильно системе:

$$\begin{cases} \cos x = 1 \\ 1 + |x| = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 0 = 1 - \text{верно} \\ x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 0.$$

Ответ: $\{0\}$.

5.024. Решите неравенство $\cos x \geq 1 + 2^x$.

Поскольку $\cos x \leq 1$, а $1 + 2^x > 1$ при всех x , неравенство не имеет решений.
Ответ: \emptyset .

5.025. Решите неравенство $\cos x < 1 + \frac{1}{2 - \sin^2 x}$.

Поскольку знаменатель дроби положителен при всех x , правая часть неравенства больше единицы, а левая часть не больше единицы при всех x . Поэтому неравенство верно для всех значений переменной.

Ответ: \mathbb{R} .

5.026. Решите неравенство $\cos x > 1 + \frac{1}{1 + x^4}$.

Поскольку правая часть неравенства больше единицы, а левая часть не больше единицы при всех x , неравенство не имеет решений.

Ответ: \emptyset .

5.027. Решите уравнение $\sqrt{2x^2 - 3x + 1} - \sqrt{x^2 - 3x + 2} = 0$.

$$\begin{aligned} & \sqrt{2x^2 - 3x + 1} - \sqrt{x^2 - 3x + 2} = 0 \Leftrightarrow \\ & \Leftrightarrow \sqrt{2x^2 - 3x + 1} = \sqrt{x^2 - 3x + 2} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 2 \geq 0 \\ 2x^2 - 3x + 1 = x^2 - 3x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 2 \geq 0 \\ x^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 2 \geq 0 \\ \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1, \\ x = 1. \end{cases} \end{aligned}$$

Ответ: $\{-1; 1\}$.

5.028. Решите уравнение $\sqrt{3x^2 - 4x - 2} = \sqrt{2x^2 - 2x + 1}$.

$$\sqrt{3x^2 - 4x - 2} = \sqrt{2x^2 - 2x + 1} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 2x + 1 \geq 0 & - \text{ верно} \\ 3x^2 - 4x - 2 = 2x^2 - 2x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3. \end{cases}$$

Ответ: $\{-1; 3\}$.

5.029. Решите уравнение $\sqrt{3x^2 - 2x - 2} = \sqrt{4x^2 - 5x}$.

$$\begin{aligned} \sqrt{3x^2 - 2x - 2} = \sqrt{4x^2 - 5x} &\Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2 - 5x \geq 0 \\ 3x^2 - 2x - 2 = 4x^2 - 5x \end{cases} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2 - 5x \geq 0 \\ x^2 - 3x + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2 - 5x \geq 0 \\ \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow x = 2. \end{aligned}$$

Ответ: $\{2\}$.

5.030. Решите уравнение $\sqrt{3x^2 - 2x + 1} = \sqrt{2x^2 - 6x + 13}$.

$$\begin{aligned} \sqrt{3x^2 - 2x + 1} = \sqrt{2x^2 - 6x + 13} &\Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 2x + 1 \geq 0 \\ 3x^2 - 2x + 1 = 2x^2 - 6x + 13 \end{cases} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 2x + 1 \geq 0 \\ x^2 + 4x - 12 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 2x + 1 \geq 0 \\ \begin{cases} x = -6 \\ x = 2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -6, \\ x = 2. \end{cases} \end{aligned}$$

Ответ: $\{-6; 2\}$.