

5.051. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} \sqrt{2x-3y+2}=3, \\ \sqrt{3x+2y-5}=2. \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & \begin{cases} \sqrt{2x-3y+2}=3 \\ \sqrt{3x+2y-5}=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-3y+2=9 \\ 3x+2y-5=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-3y=7 \\ 3x+2y=9 \end{cases} \Leftrightarrow \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{7+3y}{2} \\ 3\left(\frac{7+3y}{2}\right)+2y=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{7+3y}{2} \\ 3(7+3y)+4y=18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{41}{13}, \\ y=-\frac{3}{13}. \end{cases} \end{aligned}$$

Ответ:  $\left\{\left(\frac{41}{13}; -\frac{3}{13}\right)\right\}$ .

5.052. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} \sqrt{3y-2x-2}=1, \\ \sqrt{4x-2y+3}=2. \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & \begin{cases} \sqrt{3y-2x-2}=1 \\ \sqrt{4x-2y+3}=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y-2x-2=1 \\ 4x-2y+3=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-3y=-3 \\ 4x-2y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} 2x=3y-3 \\ 2(3y-3)-2y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{9}{8}, \\ y=\frac{7}{4}. \end{cases} \end{aligned}$$

Ответ:  $\left\{\left(\frac{9}{8}; \frac{7}{4}\right)\right\}$ .

5.053. Найдите координаты общих точек графиков функций  $y = \frac{1}{2}x + 5$  и  $y = \sqrt{1-2x}$ .

1. Найдем абсциссы:

$$\begin{aligned} \sqrt{1-2x} = \frac{1}{2}x + 5 & \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}x + 5 \geq 0 \\ 1-2x = \left(\frac{1}{2}x + 5\right)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -10 \\ \frac{1}{4}x^2 + 7x + 24 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -10 \\ x^2 + 28x + 96 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -10 \\ \begin{cases} x = -24 \Leftrightarrow x = -4. \\ x = -4 \end{cases} \end{cases} \end{aligned}$$

2. Найдем ординату:

$$\frac{1}{2} \cdot (-4) + 5 = 3.$$

Искомые координаты  $(-4; 3)$ .

Ответ:  $(-4; 3)$ .

5.054. Найдите координаты общих точек графиков функций  $y = 2x - 7$  и  $y = \sqrt{2x-1}$ .

1. Найдем абсциссы:

$$\sqrt{2x-1}=2x-7 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-7 \geq 0 \\ 2x-1=(2x-7)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{7}{2} \\ 2x^2-15x+25=0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{7}{2} \\ \left[ \begin{array}{l} x = \frac{5}{2} \\ x = 5 \end{array} \right] \Leftrightarrow x = 5.$$

2. Найдем ординату:

$$2 \cdot 5 - 7 = 3.$$

Искомые координаты (5; 3).

Ответ: (5; 3).

5.055. Найдите координаты общих точек графиков функций  $y=1-4x$  и  $y=\sqrt{2x+1}$ .

1. Найдем абсциссы:

$$\sqrt{2x+1}=1-4x \Leftrightarrow \begin{cases} 1-4x \geq 0 \\ 2x+1=(1-4x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{1}{4} \\ 8x^2-5x=0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{1}{4} \\ \left[ \begin{array}{l} x = 0 \\ x = \frac{5}{8} \end{array} \right] \Leftrightarrow x = 0.$$

2. Найдем ординату:

$$1 - 4 \cdot 0 = 1.$$

Искомые координаты (0; 1).

Ответ: (0; 1).

5.056. Найдите координаты общих точек графиков функций  $y=-1-2x$  и  $y=\sqrt{2x+3}$ .

1. Найдем абсциссы:

$$\sqrt{2x+3}=-1-2x \Leftrightarrow \begin{cases} -1-2x \geq 0 \\ 2x+3=(-1-2x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1-2x \geq 0 \\ 2x+3=1+4x+4x^2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -\frac{1}{2} \\ 2x^2+x-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -\frac{1}{2} \\ \left[ \begin{array}{l} x = -1 \\ x = \frac{1}{2} \end{array} \right] \Leftrightarrow x = -1.$$

2. Найдем ординату:

$$-1 - 2 \cdot (-1) = 1.$$

Искомые координаты (-1; 1).

Ответ: (-1; 1).

5.057. Решите уравнение  $3^x - 8 \cdot 3^{\frac{x}{2}} + 15 = 0$ .

Пусть  $3^{\frac{x}{2}} = t$ .

Решим уравнение

$$t^2 - 8t + 15 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3, \\ t = 5. \end{cases}$$

Таким образом

$$\begin{cases} 3^{\frac{x}{2}} = 3 \\ 3^{\frac{x}{2}} = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{2} = 1 \\ \frac{x}{2} = \log_3 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2, \\ x = 2 \log_3 5. \end{cases}$$

Ответ:  $\{2; 2 \log_3 5\}$ .

5.058. Решите уравнение  $3 \cdot 2^x - 2^{\frac{x}{2}+1} = 1$ .

$$3 \cdot 2^x - 2^{\frac{x}{2}+1} = 1 \Leftrightarrow 3 \cdot 2^x - 2 \cdot 2^{\frac{x}{2}} - 1 = 0.$$

Пусть  $2^{\frac{x}{2}} = t$ .

Решим уравнение

$$3t^2 - 2t - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{1}{3}, \\ t = 1. \end{cases}$$

Таким образом

$$\begin{cases} 2^{\frac{x}{2}} = -\frac{1}{3} - \text{решений нет} \\ 2^{\frac{x}{2}} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{x}{2} = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

Ответ:  $\{0\}$ .

5.059. Решите уравнение  $3 \cdot 25^x - 8 \cdot 15^x + 5 \cdot 9^x = 0$ .

$$\begin{aligned} 3 \cdot 25^x - 8 \cdot 15^x + 5 \cdot 9^x = 0 &\Leftrightarrow 3 \left(\frac{25}{9}\right)^x - 8 \left(\frac{15}{9}\right)^x + 5 = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 3 \left(\frac{5}{3}\right)^{2x} - 8 \left(\frac{5}{3}\right)^x + 5 = 0. \end{aligned}$$

Пусть  $\left(\frac{5}{3}\right)^x = t$ .

Решим уравнение

$$3t^2 - 8t + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1, \\ t = \frac{5}{3}. \end{cases}$$

Таким образом

$$\begin{cases} \left(\frac{5}{3}\right)^x = 1 \\ \left(\frac{5}{3}\right)^x = \frac{5}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0, \\ x = 1. \end{cases}$$

Ответ:  $\{0; 1\}$ .

5.060. Решите уравнение  $9^x + 4^x = \frac{5}{2} \cdot 6^x$ .

$$\begin{aligned} 9^x + 4^x = \frac{5}{2} \cdot 6^x &\Leftrightarrow 3^{2x} + 2^{2x} = \frac{5}{2} \cdot 2^x \cdot 3^x \Leftrightarrow 1 + \left(\frac{2}{3}\right)^{2x} = \frac{5}{2} \left(\frac{2}{3}\right)^x \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 2 \left(\frac{2}{3}\right)^{2x} - 5 \left(\frac{2}{3}\right)^x + 2 = 0. \end{aligned}$$

Пусть  $\left(\frac{2}{3}\right)^x = t$ .

Решим уравнение

$$2t^2 - 5t + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{2}, \\ t = 2. \end{cases}$$

Таким образом

$$\begin{cases} \left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{1}{2} \\ \left(\frac{2}{3}\right)^x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \log_{\frac{2}{3}} \frac{1}{2}, \\ x = \log_{\frac{2}{3}} 2. \end{cases}$$

Ответ:  $\left\{ \log_{\frac{2}{3}} \frac{1}{2}; \log_{\frac{2}{3}} 2 \right\}$ .