

5.071. Решите неравенство $\log_{\frac{3}{10}}(x^2 + x + 31) < \log_{\frac{3}{10}}(10x + 11)$.

$$\begin{aligned} \log_{\frac{3}{10}}(x^2 + x + 31) &< \log_{\frac{3}{10}}(10x + 11) \Leftrightarrow \begin{cases} 10x + 11 > 0 \\ \frac{3}{10} < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{11}{10}, \\ x^2 + x + 31 > 10x + 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{11}{10}, \\ x^2 - 9x + 20 > 0 \\ (x-4)(x-5) > 0. \end{cases} \end{aligned}$$

Ответ: $\left(-\frac{11}{10}; 4\right) \cup (5; +\infty)$.

5.072. Решите неравенство $-\log_2(x^2 + 3x) \geq 0$.

$$-\log_2(x^2 + 3x) \geq 0 \Leftrightarrow \log_2(x^2 + 3x) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 3x > 0 \\ 2 > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x(x+3) > 0 \\ x^2 + 3x - 1 \leq 0. \end{cases}$$

Ответ: $\left[\frac{-3-\sqrt{13}}{2}; -3\right) \cup \left(0; \frac{-3+\sqrt{13}}{2}\right]$.

5.073. Решите неравенство $\log_{\frac{1}{2}}\frac{6-x}{x+1} \leq -2$.

$$\begin{aligned} \log_{\frac{1}{2}}\frac{6-x}{x+1} \leq -2 &\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{6-x}{x+1} > 0 \\ \frac{6-x}{x+1} \geq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{6-x}{x+1} \geq 4 \Leftrightarrow \frac{6-x}{x+1} - 4 \geq 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{2-5x}{x+1} \geq 0 \Leftrightarrow -1 < x \leq \frac{2}{5}. \end{aligned}$$

Ответ: $\left[-1; \frac{2}{5}\right]$.

5.074. Решите неравенство $\log_3\frac{8-x}{x+2} \geq 1$.

$$\begin{aligned} \log_3\frac{8-x}{x+2} \geq 1 &\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{8-x}{x+2} > 0 \\ \frac{8-x}{x+2} \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{8-x}{x+2} \geq 3 \Leftrightarrow \frac{8-x}{x+2} - 3 \geq 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{2-4x}{x+2} \geq 0 \Leftrightarrow -2 < x \leq \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Ответ: $\left(-2; \frac{1}{2}\right]$.

5.075. Решите неравенство $\log_2\frac{6+x}{x-3} < 2$.

$$\log_2 \frac{6+x}{x-3} < 2 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{6+x}{x-3} > 0 \\ \frac{6+x}{x-3} < 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{6+x}{x-3} > 0 \\ \frac{6+x}{x-3} - 4 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{6+x}{x-3} > 0 \\ \frac{18-3x}{x-3} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x+6}{x-3} > 0, \\ \frac{x-6}{x-3} > 0. \end{cases}$$

Ответ: $(-\infty; -6) \cup (6; +\infty)$.

5.076. Решите неравенство $\log_{\frac{1}{3}} \frac{3x+1}{x-2} > -1$.

$$\log_{\frac{1}{3}} \frac{3x+1}{x-2} > -1 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3x+1}{x-2} > 0 \\ \frac{3x+1}{x-2} < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3x+1}{x-2} > 0 \\ \frac{3x+1}{x-2} - 3 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3x+1}{x-2} > 0 \\ \frac{7}{x-2} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -\frac{1}{3} \\ x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow x < -\frac{1}{3}.$$

Ответ: $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right)$.

5.077. Решите систему уравнений $\begin{cases} 3^x \cdot 2^y = \frac{1}{9}, \\ y - x = 2. \end{cases}$

$$\begin{cases} 3^x \cdot 2^y = \frac{1}{9} \\ y - x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x \cdot 2^{x+2} = \frac{1}{9} \\ y = x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 \cdot 6^x = \frac{1}{9} \\ y = x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6^x = \frac{1}{36} \\ y = x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2, \\ y = 0. \end{cases}$$

Ответ: $\{(-2; 0)\}$.

5.078. Решите систему уравнений $\begin{cases} 2^y = 200 \cdot 5^x, \\ x + y = 1. \end{cases}$

$$\begin{cases} 2^y = 200 \cdot 5^x \\ x + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{1-x} = 200 \cdot 5^x \\ y = 1 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \cdot \frac{1}{2^x} = 200 \cdot 5^x \\ y = 1 - x \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 10^x = \frac{1}{100} \\ y = 1 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2, \\ y = 3. \end{cases}$$

Ответ: $\{(-2; 3)\}$.

5.079. Решите систему уравнений $\begin{cases} 7^{x+1} \cdot 2^y = 4, \\ y - x = 3. \end{cases}$

$$\begin{cases} 7^{x+1} \cdot 2^y = 4 \\ y - x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7^{x+1} \cdot 2^{x+3} = 4 \\ y = x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7 \cdot 7^x \cdot 8 \cdot 2^x = 4 \\ y = x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 14^x = \frac{1}{14} \\ y = x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1, \\ y = 2. \end{cases}$$

Ответ: $\{(-1; 2)\}$.

5.080. Решите систему уравнений $\begin{cases} \left(\frac{1}{3}\right)^x \cdot 5^y = 75, \\ x + y = 1. \end{cases}$

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{3}\right)^x \cdot 5^y = 75 \\ x + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{1}{3}\right)^x \cdot 5^{1-x} = 75 \\ y = 1 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{1}{3}\right)^x \cdot 5 \left(\frac{1}{5}\right)^x = 75 \\ y = 1 - x \end{cases} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{1}{15}\right)^x = 15 \\ y = 1 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1, \\ y = 2. \end{cases}$$

Ответ: $\{(-1; 2)\}$.