

61. Решить уравнение

$$\begin{aligned} \cos x - \cos 3x = \sin 2x &\Leftrightarrow 2 \sin 2x \sin x - \sin 2x = 0 \Leftrightarrow \sin 2x(2 \sin x - 1) = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \sin 2x = 0 \\ 2 \sin x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin 2x = 0 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi k}{2} \\ x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k : k \in \mathbb{Z} \end{cases} \end{aligned}$$

Ответ:  $\left\{ \frac{\pi k}{2}; \frac{\pi}{6} + 2\pi k; \frac{5\pi}{6} + 2\pi k : k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

62. решить уравнение

$$\begin{aligned} \cos 2x - \cos 4x = \sin 6x &\Leftrightarrow 2 \sin 3x \sin x - 2 \sin 3x \cos 3x = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 2 \sin 3x(\sin x - \cos 3x) = 0 \Leftrightarrow \sin 3x \left( \sin x - \sin \left( \frac{\pi}{2} - 3x \right) \right) = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \sin 3x \left( 2 \sin \left( 2x - \frac{\pi}{4} \right) \cos \left( \frac{\pi}{4} - x \right) \right) = 0 \Leftrightarrow \sin 3x \sin \left( 2x - \frac{\pi}{4} \right) \cos \left( \frac{\pi}{4} - x \right) = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \sin 3x = 0 \\ \sin \left( 2x - \frac{\pi}{4} \right) = 0 \\ \cos \left( \frac{\pi}{4} - x \right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = \pi k \\ 2x - \frac{\pi}{4} = \pi k \\ \frac{\pi}{4} - x = \frac{\pi}{2} + \pi k : k \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi k}{3} \\ x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2} \\ x = -\frac{\pi}{4} - \pi k : k \in \mathbb{Z} \end{cases} \end{aligned}$$

Ответ:  $\left\{ -\frac{\pi}{4} - \pi k; \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}; \frac{\pi k}{3} : k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

63. Решить уравнение

$$\begin{aligned} \sin 2x = \cos^4 \frac{x}{2} - \sin^4 \frac{x}{2} &\Leftrightarrow \sin 2x = \cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2} \Leftrightarrow \sin 2x = \cos x \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 2 \sin x \cos x - \cos x = 0 \Leftrightarrow \cos x(2 \sin x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ 2 \sin x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + \pi k \\ x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k : k \in \mathbb{Z} \end{cases} \end{aligned}$$

Ответ:  $\left\{ \frac{\pi}{2} + \pi k; \frac{\pi}{6} + 2\pi k; \frac{5\pi}{6} + 2\pi k : k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

64. Решить уравнение

$$\begin{aligned} \sin^2 x = \cos^4 \frac{x}{2} - \sin^4 \frac{x}{2} &\Leftrightarrow \sin^2 x = \cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2} \Leftrightarrow \sin^2 x = \cos x \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 1 - \cos^2 x = \cos x \Leftrightarrow \cos^2 x + \cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} < -1 \\ \cos x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \cos x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\arccos\left(\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}\right) + 2\pi k \\ x = \arccos\left(\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}\right) + 2\pi k : k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } \left\{ -\arccos\left(\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}\right) + 2\pi k; \arccos\left(\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}\right) + 2\pi k : k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

65. Решить уравнение

$$\begin{aligned} \cos 2x = 2(\cos x - \sin x) &\Leftrightarrow \cos^2 x - \sin^2 x - 2(\cos x - \sin x) = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x) - 2(\cos x - \sin x) = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x - 2) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right) \left( \sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) - 2 \right) = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = 0 \\ \sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = 0 \\ \sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = \sqrt{2} - \text{решений нет} \end{cases} \Leftrightarrow \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \frac{\pi}{4} - x = \pi k : k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} - \pi k : k \in \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

$$\text{Ответ: } \left\{ \frac{\pi}{4} - \pi k : k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

66. Решить уравнение

$$\begin{aligned} (\cos 6x - 1) \operatorname{ctg} 3x = \sin 3x &\Leftrightarrow -2 \sin^2 3x \frac{\cos 3x}{\sin 3x} = \sin 3x \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -2 \cos 3x = 1 \\ \sin 3x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 3x = -\frac{1}{2} \\ \sin 3x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 3x = -\frac{1}{2} \\ |\cos 3x| \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \cos 3x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2\pi}{9} + \frac{2\pi k}{3} \\ x = \frac{4\pi}{9} + \frac{2\pi k}{3} : k \in \mathbb{Z} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{Ответ: } \left\{ \frac{2\pi}{9} + \frac{2\pi k}{3}; \frac{4\pi}{9} + \frac{2\pi k}{3} : k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

67. Решить уравнение

$$\begin{aligned} \sin x \sin 5x = \cos 4x &\Leftrightarrow \frac{1}{2}(\cos 4x - \cos 6x) - \cos 4x = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \cos 6x + \cos 4x = 0 \Leftrightarrow 2 \cos 5x \cos x = 0 \Leftrightarrow \cos x \cos 5x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \cos 5x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + \pi k \\ 5x = \frac{\pi}{2} + \pi k : k \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + \pi k \\ x = \frac{\pi}{10} + \frac{\pi k}{5} : k \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{10} + \frac{\pi k}{5} : k \in \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

$$\text{Ответ: } \left\{ \frac{\pi}{10} + \frac{\pi k}{5} : k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

68. Решить уравнение

$$\begin{aligned} \cos x \cos 3x = \cos 2x &\Leftrightarrow \frac{1}{2}(\cos 4x + \cos 2x) - \cos 2x = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \cos 4x - \cos 2x = 0 \Leftrightarrow -2\sin 3x \sin x = 0 \Leftrightarrow \sin x \sin 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin 3x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \pi k \\ 3x = \pi k : k \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pi k \\ x = \frac{\pi k}{3} : k \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{\pi k}{3} : k \in \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Ответ:  $\left\{ \frac{\pi k}{3} : k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

69. Решить уравнение

$$\begin{aligned} 3 \cos x + 2 \operatorname{tg} x = 0 &\Leftrightarrow 3 \cos x + 2 \frac{\sin x}{\cos x} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3 \cos^2 x + 2 \sin x = 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 3(1 - \sin^2 x) + 2 \sin x = 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 \sin^2 x - 2 \sin x - 3 = 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{1 - \sqrt{10}}{3} \\ \sin x = \frac{1 + \sqrt{10}}{3} - \text{р. нет} \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{1 - \sqrt{10}}{3} \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{1 - \sqrt{10}}{3} \\ |\sin x| \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \sin x = \frac{1 - \sqrt{10}}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \arcsin\left(\frac{1 - \sqrt{10}}{3}\right) + 2\pi k \\ x = \pi - \arcsin\left(\frac{1 - \sqrt{10}}{3}\right) + 2\pi k : k \in \mathbb{Z} \end{cases}. \end{aligned}$$

Ответ:  $\left\{ \pi - \arcsin\left(\frac{1 - \sqrt{10}}{3}\right) + 2\pi k; \arcsin\left(\frac{1 - \sqrt{10}}{3}\right) + 2\pi k : k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

70. Решить уравнение

$$\begin{aligned} 5 \sin x - 4 \operatorname{ctg} x = 0 &\Leftrightarrow 5 \sin x - 4 \frac{\cos x}{\sin x} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 5 \sin^2 x - 4 \cos x = 0 \\ \sin x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 5(1 - \cos^2 x) - 4 \cos x = 0 \\ \sin x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5 \cos^2 x + 4 \cos x - 5 = 0 \\ \sin x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{-2 - \sqrt{29}}{5} - \text{решений нет} \\ \cos x = \frac{-2 + \sqrt{29}}{5} \\ \sin x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{-2 + \sqrt{29}}{5} \\ |\cos x| \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \cos x = \frac{-2 + \sqrt{29}}{5} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \arccos\left(\frac{-2 + \sqrt{29}}{5}\right) + 2\pi k \\ x = -\arccos\left(\frac{-2 + \sqrt{29}}{5}\right) + 2\pi k : k \in \mathbb{Z} \end{cases}. \end{aligned}$$

Ответ:  $\left\{ -\arccos\left(\frac{-2 + \sqrt{29}}{5}\right) + 2\pi k; \arccos\left(\frac{-2 + \sqrt{29}}{5}\right) + 2\pi k : k \in \mathbb{Z} \right\}$ .