71. Решить уравнение

$$8\sin^2 x+4\sin^2 2x=5-8\cos 2x \Leftrightarrow 8\cdot\frac{1-\cos 2x}{2}+4(1-\cos^2 2x)=5-8\cos 2x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4\cos^2 2x-4\cos 2x-3=0 .$$

Пусть $\cos 2x=t$.

Решим уравнение

$$4t^2-4t-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-\dfrac{1}{2} \\ t=\dfrac{3}{2} \end{array}\right. .$$

Таким образом

$$\left[\begin{array}{l} \cos 2x=-\dfrac{1}{2} \\ \cos 2x=\dfrac{3}{2} - \text{решений нет} \end{array}\right. \Leftrightarrow \cos 2x=-\frac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x=\dfrac{2\pi}{3}+2\pi k \\ 2x=-\dfrac{2\pi}{3}+2\pi k : k\in\mathbb{Z} \end{array}\right. \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{3}+\pi k \\ x=-\dfrac{\pi}{3}+\pi k : k\in\mathbb{Z} \end{array}\right. .$$

Ответ: $\left\{-\dfrac{\pi}{3}+\pi k;\ \dfrac{\pi}{3}+\pi k : k\in\mathbb{Z}\right\}$.

72. Решить уравнение

$$2\sin^2 x=4\sin^2 2x+7\cos 2x-6 \Leftrightarrow 1-\cos 2x=4(1+\cos^2 2x)+7\cos 2x-6 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4\cos^2 2x-8\cos 2x+3=0 .$$

Пусть $\cos 2x=t$.

Решим уравнение

$$4t^2-8t+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=\dfrac{1}{2} \\ t=\dfrac{3}{2} \end{array}\right. .$$

Таким образом

$$\left[\begin{array}{l} \cos 2x=\dfrac{1}{2} \\ \cos 2x=\dfrac{3}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \cos 2x=\frac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x=\dfrac{\pi}{3}+2\pi k \\ 2x=-\dfrac{\pi}{3}+2\pi k : k\in\mathbb{Z} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{6}+\pi k \\ x=-\dfrac{\pi}{6}+\pi k : k\in\mathbb{Z} \end{array}\right. .$$

Ответ: $\left\{-\dfrac{\pi}{6}+\pi k;\ \dfrac{\pi}{6}+\pi k : k\in\mathbb{Z}\right\}$.

73. Решить уравнение

$$\operatorname{tg} x(1-2\sin x)-2\cos x=\sqrt{3} \Leftrightarrow (1-2\sin x)\frac{\sin x}{\cos x}-2\cos x-\sqrt{3}=0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x-2\sin^2 x-2\cos^2 x-\sqrt{3}\cos x=0 \\ \cos x\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x-2-\sqrt{3}\cos x=0 \\ \cos x\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x-\sqrt{3}\cos x=2 \\ \cos x\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{2}\sin x-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos x=1 \\ \cos x\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)=1 \\ \cos x\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}+2\pi k : k\in\mathbb{Z} \\ x\neq\frac{\pi}{2}+\pi n : n\in\mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{5\pi}{6}+2\pi k : k\in\mathbb{Z} \\ x\neq\frac{\pi}{2}+\pi n : n\in\mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow x=\frac{5\pi}{6}+2\pi k : k\in\mathbb{Z}.$$

Ответ: $\left\{\frac{5\pi}{6}+2\pi k : k\in\mathbb{Z}\right\}$.

74. Решить уравнение

$$\sqrt{3}\sin 2x+2\sin^2 x-1=2\cos x \Leftrightarrow \sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x=2\cos x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2\sin\left(2x+\operatorname{arctg}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\right)=2\cos x \Leftrightarrow \sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)=\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{aligned} &2x-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}-x+2\pi k \\ &2x-\frac{\pi}{6}=\pi-\left(\frac{\pi}{2}-x\right)+2\pi k : k\in\mathbb{Z} \end{aligned}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{aligned} &x=\frac{2\pi}{9}+\frac{2\pi k}{3} \\ &x=\frac{2\pi}{3}+2\pi k : k\in\mathbb{Z} \end{aligned}\right..$$

Ответ: $\left\{\frac{2\pi}{9}+\frac{2\pi k}{3};\ \frac{2\pi}{3}+2\pi k : k\in\mathbb{Z}\right\}$.

75. Решить уравнение

$$\sqrt{3}\sin 2x+2\cos^2 x-1=2\sin x \Leftrightarrow \sqrt{3}\sin 2x+\cos 2x=2\sin x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)=\sin x \Leftrightarrow \sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)-\sin x=0 \Leftrightarrow 2\sin\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{12}\right)\cos\left(\frac{3x}{2}+\frac{\pi}{12}\right)=0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{12}\right)\cos\left(\frac{3x}{2}+\frac{\pi}{12}\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{aligned} &\cos\left(\frac{3x}{2}+\frac{\pi}{12}\right)=0 \\ &\sin\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{12}\right)=0 \end{aligned}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{aligned} &\frac{3x}{2}+\frac{\pi}{12}=\frac{\pi}{2}+\pi k \\ &\frac{x}{2}+\frac{\pi}{12}=\pi k;\ k\in\mathbb{Z} \end{aligned}\right. \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{aligned} &\frac{3x}{2}=\frac{5\pi}{12}+\pi k \\ &\frac{x}{2}=-\frac{\pi}{12}+\pi k;\ k\in\mathbb{Z} \end{aligned}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{aligned} &x=\frac{5\pi}{18}+\frac{2\pi k}{3} \\ &x=-\frac{\pi}{6}+2\pi k;\ k\in\mathbb{Z} \end{aligned}\right..$$

Ответ: $\left\{-\frac{\pi}{6}+2\pi k,\ \frac{5\pi}{18}+\frac{2\pi k}{3};\ k\in\mathbb{Z}\right\}$.

76. Решить уравнение

$$-\operatorname{ctg} x(2\cos x+\sqrt{3})=2\sin x \Leftrightarrow -\frac{\cos x}{\sin x}(2\cos x+\sqrt{3})-2\sin x=0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -\cos x(2\cos x+\sqrt{3})-2\sin^2 x=0 \\ \sin x\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2\cos^2 x-\sqrt{3}\cos x-2\sin^2 x=0 \\ \sin x\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x=-\frac{2}{\sqrt{3}} - \text{решений нет} \\ \sin x\neq 0 \end{cases} \Rightarrow \text{решений нет.}$$

Ответ: решений нет.

77. Решить уравнение

$$\sqrt{10}\cos x-\sqrt{4\cos x-\cos 2x}=0 \Leftrightarrow \sqrt{4\cos x-\cos 2x}=\sqrt{10}\cos x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{10}\cos x\geq 0 \\ 4\cos x-\cos 2x=10\cos^2 x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x\geq 0 \\ 4\cos x-(2\cos^2 x-1)=10\cos^2 x \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x \ge 0 \\ 12\cos^2 x - 4\cos x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x \le 1 \\ \left[\begin{array}{l} \cos x = -\dfrac{1}{6} \\ \cos x = \dfrac{1}{2} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{3} + 2\pi k \\ x = -\dfrac{\pi}{3} + 2\pi k : k \in \mathbb{Z} \end{array}\right. .$$

Ответ: $\left\{-\dfrac{\pi}{3} + 2\pi k; \dfrac{\pi}{3} + 2\pi k : k \in \mathbb{Z}\right\}$.

78. Решить уравнение

$$\sqrt{5}\sin 2x - \sqrt{1 + 8\sin x\cos x} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{1 + 4\sin 2x} = \sqrt{5}\sin 2x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin 2x \ge 0 \\ 5\sin^2 2x - 4\sin 2x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin 2x \le 1 \\ \left[\begin{array}{l} \sin 2x = -\dfrac{1}{5} \\ \sin 2x = 1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \sin 2x = 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k : k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + \pi k : k \in \mathbb{Z} .$$

Ответ: $\left\{\dfrac{\pi}{4} + \pi k : k \in \mathbb{Z}\right\}$.

79. Решить уравнение

$$4\sin 3x \sin x + 2\cos 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow 4 \cdot \frac{1}{2}(\cos 2x - \cos 4x) + 2\cos 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2\cos 2x - 2\cos 4x + 2\cos 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow 4\cos 2x - 2(2\cos^2 2x - 1) + 1 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4\cos^2 2x - 4\cos 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos 2x = -\dfrac{1}{2} \\ \cos 2x = \dfrac{3}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \cos 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = \dfrac{2\pi}{3} + 2\pi k \\ 2x = -\dfrac{2\pi}{3} + 2\pi k : k \in \mathbb{Z} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{3} + \pi k \\ x = -\dfrac{\pi}{3} + \pi k : k \in \mathbb{Z} \end{array}\right. .$$

Ответ: $\left\{-\dfrac{\pi}{3} + \pi k; \dfrac{\pi}{3} + \pi k : k \in \mathbb{Z}\right\}$.

80. Решить уравнение

$$8\cos 6x\cos 2x + 2\sin^2 4x - 3 = 0 \Leftrightarrow 8 \cdot \frac{1}{2}(\cos 4x + \cos 8x) + 2\sin^2 4x - 3 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4\cos 4x + 4\cos 8x + 1 - \cos 8x - 3 = 0 \Leftrightarrow 4\cos 4x + 3\cos 8x - 2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4\cos 4x + 3(2\cos^2 4x - 1) - 2 = 0 \Leftrightarrow 6\cos^2 4x + 4\cos 4x - 5 = 0 .$$

Пусть $\cos 4x = t$.

Решим уравнение

$$6t^2 + 4t - 5 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = \dfrac{-2 - \sqrt{34}}{6} \\ t = \dfrac{-2 + \sqrt{34}}{6} \end{array}\right. .$$

Таким образом

$$\left[\begin{array}{l}\cos 4x = \dfrac{-2-\sqrt{34}}{6} - \text{решений нет} \\ \cos 4x = \dfrac{-2+\sqrt{34}}{6}\end{array}\right. \Leftrightarrow \cos 4x = \dfrac{-2+\sqrt{34}}{6} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}4x = \arccos\left(\dfrac{-2+\sqrt{34}}{6}\right) + 2\pi k \\ 4x = -\arccos\left(\dfrac{-2+\sqrt{34}}{6}\right) + 2\pi k : k \in \mathbb{Z}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = \dfrac{1}{4}\arccos\dfrac{-2+\sqrt{34}}{6} + \dfrac{\pi k}{2} \\ x = -\dfrac{1}{4}\arccos\dfrac{-2+\sqrt{34}}{6} + \dfrac{\pi k}{2} : k \in \mathbb{Z}\end{array}\right..$$

Ответ: $\left\{-\dfrac{1}{4}\arccos\dfrac{-2+\sqrt{34}}{6} + \dfrac{\pi k}{2};\ \dfrac{1}{4}\arccos\dfrac{-2+\sqrt{34}}{6} + \dfrac{\pi k}{2} : k \in \mathbb{Z}\right\}$.