

101. Решить уравнение

$$2^x + x = 3 \Leftrightarrow 2^x = -x + 3.$$

Функция 2^x возрастает, а $-x + 3$ — убывает. Тогда уравнение имеет не более одного корня. Число 1 — решение: $2^1 = -1 + 3$ — верно.

Ответ: $\{1\}$.

102. Решить уравнение

$$2^x = 6 - x \Leftrightarrow 2^x = -x + 6.$$

Функция 2^x возрастает, а $-x + 6$ — убывает. Тогда уравнение имеет не более одного корня. Число 2 — решение: $2^2 = -2 + 6$ — верно.

Ответ: $\{2\}$.

103. Решить уравнение

$$2^{x+1} + x = -\frac{3}{2} \Leftrightarrow 2^{x+1} = -x - \frac{3}{2}.$$

Функция 2^{x+1} возрастает, а $-x - \frac{3}{2}$ — убывает. Тогда уравнение имеет не более одного корня. Число -2 — решение: $2^{1-2} = -(-2) - \frac{3}{2}$ — верно.

Ответ: $\{-2\}$.

104. Решить уравнение

$$2^x = -\frac{1}{2} - x \Leftrightarrow 2^x = -x - \frac{1}{2}.$$

Функция 2^x возрастает, а $-x - \frac{1}{2}$ — убывает. Тогда уравнение имеет не более одного корня. Число -1 — решение: $2^{-1} = -(-1) - \frac{1}{2}$ — верно.

Ответ: $\{-1\}$.

105. Решить показательное уравнение

$$(15^{x^2+x-2})^{\sqrt{x-4}} = 1 \Leftrightarrow 15^{(x^2+x-2)\sqrt{x-4}} = 1 \Leftrightarrow (x^2+x-2)\sqrt{x-4} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x^2+x-2)\sqrt{x-4} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+x-2=0 \\ x-4 \geq 0 \\ x-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+x-2=0 \\ x \geq 4 \\ x=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ x=1 \\ x \geq 4 \\ x=4 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 4.$$

Ответ: $\{4\}$.

106. Решить показательное уравнение

$$\left(\left(\frac{7}{10} \right)^{x-4} \right)^{\sqrt{x^2-2x-15}} = 1 \Leftrightarrow \left(\frac{7}{10} \right)^{(x-4)\sqrt{x^2-2x-15}} = 1 \Leftrightarrow (x-4)\sqrt{x^2-2x-15} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-4=0 \\ x^2-2x-15 \geq 0 \\ x^2-2x-15=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ x^2-2x-15 \geq 0 \\ x^2-2x-15=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ x^2-2x-15 \geq 0 \\ x=-3 \\ x=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ x=5 \end{cases}.$$

Ответ: $\{-3; 5\}$.

107. Решить показательное уравнение

$$\begin{aligned}
(17^{\sqrt{x^2+2x-8}})^{x+3} = 1 &\Leftrightarrow (17^{(x+3)\sqrt{x^2+2x-8}}) = 1 \Leftrightarrow (x+3)\sqrt{x^2+2x-8} = 0 \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (x+3)\sqrt{x^2+2x-8} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+3=0 \\ x^2+2x-8 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ x^2+2x-8 \geq 0 \end{cases} \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ x^2+2x-8 \geq 0 \\ x=-4 \\ x=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-4 \\ x=2 \end{cases} .
\end{aligned}$$

Ответ: $\{-4; 2\}$.

108. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{1}{2x-3y} + \frac{2}{3x-2y} = \frac{3}{4} \\ \frac{3}{2x-3y} + \frac{4}{3x-2y} = 1 \end{cases} .$$

Пусть $\begin{cases} \frac{1}{2x-3y} = a \\ \frac{1}{3x-2y} = b \end{cases}$.

Решим систему

$$\begin{cases} a+2b = \frac{3}{4} \\ 3a+4b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{4} - 2b \\ \frac{9}{4} - 2b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = \frac{5}{8} \end{cases} .$$

Таким образом

$$\begin{aligned}
&\begin{cases} \frac{1}{2x-3y} = -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{3x-2y} = \frac{5}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-3y = -2 \\ 3x-2y = \frac{8}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3y-2}{2} \\ \frac{3}{2}(3y-2) - 2y = \frac{8}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3y-2}{2} \\ \frac{9}{2}y - 2y = \frac{8}{5} + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3y-2}{2} \\ \frac{5}{2}y = \frac{23}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{44}{25} \\ y = \frac{46}{25} \end{cases} .
\end{aligned}$$

Ответ: $\left(\frac{44}{25}; \frac{46}{25}\right)$.

109. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{1}{x+y} - \frac{10}{x-y} = 1 \\ \frac{1}{x+y} + \frac{2}{x-y} = -\frac{3}{5} \end{cases} .$$

Пусть $\begin{cases} \frac{1}{x+y} = a \\ \frac{1}{x-y} = b \end{cases}$.

Решим систему

$$\begin{cases} a-10b=1 \\ a+2b=-\frac{3}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1+10b \\ 12b=-\frac{8}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\frac{1}{3} \\ b=-\frac{2}{15} \end{cases}.$$

Таким образом

$$\begin{cases} \frac{1}{x+y} = -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{x-y} = -\frac{2}{15} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=-3 \\ 2x-2y=-15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3-y \\ -2y-2y=-15+6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3-y \\ 4y=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\frac{21}{4} \\ y=\frac{9}{4} \end{cases}.$$

Ответ: $\left(-\frac{21}{4}; \frac{9}{4}\right)$.

110. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} 2x-2y=3xy \\ 4x^2+4y^2=5x^2y^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases} \\ x, y \neq 0 \\ \frac{2}{y} - \frac{2}{x} = 3 \\ \frac{4}{y^2} + \frac{4}{x^2} = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases} \\ x, y \neq 0 \\ \frac{2}{y} = 3 + \frac{2}{x} \\ \left(3 + \frac{2}{x}\right)^2 + \frac{4}{x^2} = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases} \\ x, y \neq 0 \\ \frac{2}{y} = 3 + \frac{2}{x} \\ 9 + \frac{12}{x} + \frac{4}{x^2} + \frac{4}{x^2} = 5 \\ 9x^2 + 12x + 8 = 5x^2 \\ x^2 + 3x + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases} \\ x, y \neq 0 \\ \frac{2}{y} = 3 + \frac{2}{x} \\ \begin{cases} x=-1 \\ x=-2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases} \\ x, y \neq 0 \\ \frac{2}{y} = 3 + \frac{2}{x} \\ \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \\ x=-2 \\ y=1 \end{cases} \end{cases}.$$

Ответ: $\{(0; 0); (-1; 2); (-2; 1)\}$.