

191. Решить уравнение с модулем

$$\begin{aligned}
 |\log_2 x - 1| = (4 - 8x)(\log_2 x - 1) &\Leftrightarrow \begin{cases} (4 - 8x)(\log_2 x - 1) \geq 0 \\ \log_2 x - 1 = (4 - 8x)(\log_2 x - 1) \Leftrightarrow \\ \log_2 x - 1 = -(4 - 8x)(\log_2 x - 1) \end{cases} \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} (8x - 4)(\log_2 x - 1) \leq 0 \\ (\log_2 x - 1)(4 - 8x - 1) = 0 \Leftrightarrow \\ (\log_2 x - 1)(4 - 8x + 1) = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} (8x - 4)(\log_2 x - 1) \leq 0 \\ (\log_2 x - 1)(3 - 8x) = 0 \Leftrightarrow \\ (\log_2 x - 1)(5 - 8x) = 0 \end{cases} \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} (8x - 4)(\log_2 x - 1) \leq 0 \\ \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{5}{8} \\ x = \frac{3}{8} \end{cases} \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{5}{8} \end{cases}.
 \end{aligned}$$

Ответ:  $\left\{\frac{5}{8}; 2\right\}$ .

192. Решить уравнение с модулем

$$\begin{aligned}
 |\log_2 x - 1| = (2x + 5)(\log_2 x - 1) &\Leftrightarrow \begin{cases} (2x + 5)(\log_2 x - 1) \geq 0 \\ \log_2 x - 1 = (2x + 5)(\log_2 x - 1) \Leftrightarrow \\ \log_2 x - 1 = -(2x + 5)(\log_2 x - 1) \end{cases} \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} (2x + 5)(\log_2 x - 1) \geq 0 \\ (\log_2 x - 1)(2x + 5 - 1) = 0 \Leftrightarrow \\ (\log_2 x - 1)(2x + 5 + 1) = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} (2x + 5)(\log_2 x - 1) \geq 0 \\ (\log_2 x - 1)(2x + 4) = 0 \Leftrightarrow \\ (\log_2 x - 1)(2x + 6) = 0 \end{cases} \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} (2x + 5)(\log_2 x - 1) \geq 0 \\ \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \\ x = -3 \end{cases} \end{cases} &\Leftrightarrow x = 2.
 \end{aligned}$$

Ответ:  $\{2\}$ .

193. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} 2|x - 2| + 3|y + 1| = 20 \\ 2x - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2|x - 2| + 3|2x - 2| = 20 \\ y = 2x - 3 \end{cases}.$$

Решим уравнение

$$2|x - 2| + 3|2x - 2| = 20.$$

Рассмотрим три промежутка:  $x \leq 1$ ,  $1 \leq x \leq 2$ ,  $x \geq 2$ .

$$1. \begin{cases} x \leq 1 \\ -2(x - 2) + 3(-(2x - 2)) = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ x = -\frac{5}{4} \end{cases} \Leftrightarrow x = -\frac{5}{4}.$$

$$2. \begin{cases} 1 \leq x \leq 2 \\ 2(x - 2) + 3(-(2x - 2)) = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq x \leq 2 \\ x = -\frac{9}{2} \end{cases} \text{ — решений нет.}$$

$$3. \begin{cases} x \geq 2 \\ 2(x - 2) + 3(2x - 2) = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x = \frac{15}{4} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{15}{4}.$$

Итак, система имеет решения при  $x = -\frac{5}{4}$  и при  $x = \frac{15}{4}$ .

Таким образом

$$\left[ \begin{cases} x = -\frac{5}{4} \\ y = 2x - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \left[ \begin{cases} x = -\frac{5}{4} \\ y = -\frac{11}{2} \end{cases} \right. \\ \left. \left[ \begin{cases} x = \frac{15}{4} \\ y = 2x - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \left[ \begin{cases} x = \frac{15}{4} \\ y = \frac{9}{2} \end{cases} \right. \right. \right.$$

Ответ:  $\left\{ \left( -\frac{5}{4}; -\frac{11}{2} \right); \left( \frac{15}{4}; \frac{9}{2} \right) \right\}$ .

194. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} 3|x+1| + 2|y-2| = 20 \\ x+2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3|5-2y| + 2|y-2| = 20 \\ x = 4-2y \end{cases}$$

Решим уравнение

$$3|5-2y| + 2|y-2| = 20.$$

Рассмотрим три промежутка:  $y \leq 2$ ,  $2 \leq y \leq \frac{5}{2}$ ,  $y \geq \frac{5}{2}$ .

$$1. \begin{cases} y \leq 2 \\ 3(5-2y) + 2(-(y-2)) = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \leq 2 \\ y = -\frac{1}{8} \end{cases} \Leftrightarrow y = -\frac{1}{8}.$$

$$2. \begin{cases} 2 \leq y \leq \frac{5}{2} \\ 3(5-2y) + 2(y-2) = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \leq y \leq \frac{5}{2} \\ y = -\frac{9}{4} \end{cases} \text{ — решений нет.}$$

$$3. \begin{cases} y \geq \frac{5}{2} \\ -3(5-2y) + 2(y-2) = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \geq \frac{5}{2} \\ y = \frac{39}{8} \end{cases} \Leftrightarrow y = \frac{39}{8}.$$

Итак, система имеет решения при  $y = -\frac{1}{8}$  и при  $y = \frac{39}{8}$ .

Таким образом

$$\left[ \begin{cases} y = -\frac{1}{8} \\ x = 4-2y \end{cases} \Leftrightarrow \left[ \begin{cases} x = \frac{17}{4} \\ y = -\frac{1}{8} \end{cases} \right. \\ \left. \left[ \begin{cases} y = \frac{39}{8} \\ x = 4-2y \end{cases} \Leftrightarrow \left[ \begin{cases} x = -\frac{23}{4} \\ y = \frac{39}{8} \end{cases} \right. \right. \right.$$

Ответ:  $\left\{ \left( \frac{17}{4}; -\frac{1}{8} \right); \left( -\frac{23}{4}; \frac{39}{8} \right) \right\}$ .

195. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} 4|x-3| + |y+2| = 7 \\ x+2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4|1-2y| + |y+2| = 7 \\ x = 4-2y \end{cases}$$

Решим уравнение

$$4|1-2y|+|y+2|=7.$$

Рассмотрим три промежутка:  $y \leq -2$ ,  $-2 \leq y \leq \frac{1}{2}$ ,  $y \geq \frac{1}{2}$

$$1. \begin{cases} y \leq -2 \\ 4(1-2y) + (-(y+2)) = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \leq -2 \\ y = -\frac{5}{9} \end{cases} \text{ — решений нет.}$$

$$2. \begin{cases} -2 \leq y \leq \frac{1}{2} \\ 4(1-2y) + (y+2) = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq y \leq \frac{1}{2} \\ y = -\frac{1}{7} \end{cases} \Leftrightarrow y = -\frac{1}{7}.$$

$$3. \begin{cases} y \geq \frac{1}{2} \\ -4(1-2y) + (y+2) = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \geq \frac{1}{2} \\ y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow y = 1.$$

Итак, система имеет решения при  $y = -\frac{1}{7}$  и при  $y = 1$ .

Таким образом

$$\begin{cases} \begin{cases} y = -\frac{1}{7} \\ x = 4 - 2y \end{cases} \\ \begin{cases} y = 1 \\ x = 4 - 2y \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = \frac{30}{7} \\ y = -\frac{1}{7} \end{cases} \\ \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases} \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } \left\{ \left( \frac{30}{7}; -\frac{1}{7} \right); (2; 1) \right\}.$$

196. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} 2|x-1| - 3|y+2| = 1 \\ 2x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2|x-1| - 3|5-2x| = 1 \\ y = 3-2x \end{cases}.$$

Решим уравнение

$$2|x-1| - 3|5-2x| = 1.$$

Рассмотрим три промежутка:  $x \leq 1$ ,  $1 \leq x \leq \frac{5}{2}$ ,  $x \geq \frac{5}{2}$ .

$$1. \begin{cases} x \leq 1 \\ -2(x-1) - 3(5-2x) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ x = \frac{7}{2} \end{cases} \text{ — решений нет.}$$

$$2. \begin{cases} 1 \leq x \leq \frac{5}{2} \\ 2(x-1) - 3(5-2x) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq x \leq \frac{5}{2} \\ x = \frac{9}{4} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{9}{4}.$$

$$3. \begin{cases} x \geq \frac{5}{2} \\ 2(x-1) - 3(-(5-2x)) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{5}{2} \\ x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow x = 3.$$

Итак, система имеет решения при  $x = \frac{9}{4}$  и при  $x = 3$ .

Таким образом

$$\begin{cases} y = 3 - 2x \\ x = \frac{9}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{9}{4} \\ y = -\frac{3}{2} \end{cases}.$$

$$\begin{cases} y = 3 - 2x \\ x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -3 \end{cases}$$

Ответ:  $\left\{ \left( \frac{9}{4}; -\frac{3}{2} \right); (3; -3) \right\}$ .

197. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 - 2x} = y - 1 \\ y + 2|x| = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2 - 2x} = y - 1 \\ y = 1 - 2|x| \end{cases}.$$

Из первого уравнения:  $y \geq 1$ , из второго  $y \leq 1$ .

Пусть  $y = 1$

Решим систему

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 - 2x} = 0 \\ 1 = 1 - 2|x| \end{cases} \Leftrightarrow x = 0.$$

Ответ:  $(0; 1)$ .

198. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} x - \sqrt{x^2 - 2y + 1} = 1 \\ x + |y| = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2 - 2y + 1} = x - 1 \\ x + |y| = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 \geq 0 \\ x^2 - 2y + 1 = (x - 1)^2 \\ x + |y| = 2 \end{cases}.$$

Рассмотрим два случая

1.  $y \leq 0$

$$\begin{cases} x - 1 \geq 0 \\ x^2 - 2y + 1 = (x - 1)^2 \\ x - y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x = y \\ x - y = 2 \end{cases} \text{ — решений нет.}$$

2.  $y \geq 0$

$$\begin{cases} x - 1 \geq 0 \\ x^2 - 2y + 1 = (x - 1)^2 \\ x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x = 1 \\ y = 2 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}.$$

Ответ:  $(1; 1)$ .

199. Решить уравнение с модулем

$$2|x + 1| > x + 4 \Leftrightarrow \begin{cases} 2(x + 1) > x + 4 \\ 2(x + 1) < -(x + 4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < -2 \end{cases}.$$

Ответ:  $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$ .

200. Решить уравнение с модулем

$$3|x - 1| \leq x + 3 \Leftrightarrow \begin{cases} 3(x - 1) \leq x + 3 \\ 3(x - 1) \geq -(x + 3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ x \geq 0 \end{cases}.$$

Ответ:  $[0; 3]$ .