271. Решить неравенство

$$\log_{\frac{27}{41}} \log_5 (x^2-2x-3) \le 0 \Leftrightarrow \log_5 (x^2-2x-3) \ge 1 \Leftrightarrow x^2-2x-3 \ge 5 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x^2-2x-8 \ge 0 .$$

Ответ: $(-\infty; -2] \cup [4; +\infty)$.

272. Решить неравенство

$$\log_{\frac{12}{11}} \log_{\frac{1}{2}} (x^2+3x-4) \le 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_{\frac{1}{2}} (x^2+3x-4) \le 1 \\ \log_{\frac{1}{2}} (x^2+3x-4) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+3x-4 \ge \frac{1}{2} \\ x^2+3x-4 > 0 \\ x^2+3x-4 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2+3x-4 \ge \frac{1}{2} \\ x^2+3x-4 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2+6x-9 \ge 0 \\ x^2+3x-5 < 0 \end{cases}.$$

Ответ: $\left(\frac{-3-\sqrt{29}}{2}; \frac{-3-3\sqrt{3}}{2}\right] \cup \left[\frac{-3+3\sqrt{3}}{2}; \frac{-3+\sqrt{29}}{2}\right)$.

273. Решить неравенство

$$\log_5 \log_{\frac{9}{16}} (x^2-4x+3) \le 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_{\frac{9}{16}} (x^2-4x+3) \le 1 \\ \log_{\frac{9}{16}} (x^2-4x+3) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-4x+3 \ge \frac{9}{16} \\ x^2-4x+3 > 0 \\ x^2-4x+3 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2-4x+3 \ge \frac{9}{16} \\ x^2-4x+3 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 16x^2-64x+39 \ge 0 \\ x^2-4x+2 < 0 \end{cases}$$

Ответ: $\left(2-\sqrt{2}; \frac{3}{4}\right] \cup \left[\frac{13}{4}; 2+\sqrt{2}\right)$.

274. Найти все значения x, при которых меньшее из чисел $1+2x$ и $2+x$ больше -1.

Данные числа равны при $x=1$. При прочих значениях переменной

$$\min(1+2x,\ 2+x) > -1 \Leftrightarrow \begin{cases} 1+2x > -1 \\ 2+x > -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x > -3 \end{cases} \Leftrightarrow x > -1 .$$

Ответ: $(-1;\ 1) \cup (1; +\infty)$.

275. Найти все значения x, при которых меньшее из чисел $3-2x$ и $1-x$ меньше 1.

Данные числа равны при $x=2$. При прочих значениях переменной

$$\min(3-2x,\ 1-x) < 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3-2x < 1 \\ 1-x < 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x > 1 \\ x > 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow x > 0 .$$

Ответ: $(0;\ 2) \cup (2;\ +\infty)$.

276. Найти все значения x, при которых большее из чисел $3-2x$ и $1-x$ меньше 1.

Данные числа равны при $x=2$. При прочих значениях переменной

$$\max(3-2x,\, 1-x)<1 \Leftrightarrow \begin{cases} 3-2x<1 \\ 1-x<1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>1 \\ x>0 \end{cases} \Leftrightarrow x>1.$$

Ответ: $(1;\ 2)\cup(2;+\infty)$.

277. Найти все значения x, при которых большее из чисел $3-2x$ и $1-x$ больше 1.

Данные числа равны при $x=2$. При прочих значениях переменной

$$\max(3-2x,\, 1-x)>1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3-2x>1 \\ 1-x>1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<1 \\ x<0 \end{array}\right. \Leftrightarrow x<1.$$

Ответ: $(-\infty;\ 1)$.

278. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)=\sqrt{2x^2+5x-7}$ на отрезке $[3;\ 4]$.

На отрезке $[3;\ 4]$ квадратный трехчлен возрастает, принимая все значения из промежутка $[26;\ 45]$. Тогда на $[3;\ 4]$: $f_{\text{НМ}}=\sqrt{26}$, $f_{\text{НБ}}=\sqrt{45}$.

Ответ: наименьшее значение: $\sqrt{26}$, наибольшее значение: $\sqrt{45}$.

279. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)=\sqrt{\frac{1}{2}x^2+3x+5}$ на отрезке $[2;\ 5]$.

$D(f)=\mathbb{R}$.

$$f'(x)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2}x^2+3x+5}}\cdot\left(\frac{1}{2}x^2+3x+5\right)'=\frac{1}{2}\cdot\frac{x+3}{\sqrt{\frac{1}{2}x^2+3x+5}}.$$

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+3=0 \\ \frac{1}{2}x^2+3x+5>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ x^2+6x+10>0 - \text{выполнено} \end{cases} \Leftrightarrow x=-3.$$

$$\max_{[2;\ 5]} f(x)=f(5)=\sqrt{\frac{65}{2}}.$$

$$\min_{[2;\ 5]} f(x)=f(2)=\sqrt{13}.$$

Ответ: наименьшее значение: $\sqrt{13}$, наибольшее значение: $\sqrt{\frac{65}{2}}$.

280. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)=\dfrac{3}{\sqrt{3+x-\frac{1}{4}x^2}}$ на отрезке $[-1;\ 3]$.

$D(f)=(-2;\ 6)$.

Пусть $g(x)=3+x-\frac{1}{4}x^2$.

$$E_{[-1;\ 3]}=[g(-1);\ g(2)]=\left[\frac{7}{4};\ 4\right].$$

Тогда $E_{[-1;\,3]}(f)=E_{[-1;\,3]}\left(\dfrac{3}{\sqrt{g(x)}}\right)=\left[\dfrac{3}{\sqrt{4}};\,\dfrac{3}{\sqrt{\dfrac{7}{4}}}\right]=\left[\dfrac{3}{2};\,\dfrac{6}{\sqrt{7}}\right]$.

Таким образом, наименьшее значение: $\dfrac{3}{2}$, наибольшее значение: $\dfrac{6}{\sqrt{7}}$.

Ответ: наименьшее значение: $\dfrac{3}{2}$, наибольшее значение: $\dfrac{6}{\sqrt{7}}$.