

281. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = -\frac{3}{\sqrt{2x^2 - x - 1}}$ на отрезке $[2; 3]$.

$$D(f) = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup (1; +\infty).$$

$$f'(x) = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{(2x^2 - x - 1)\sqrt{2x^2 - x - 1}} \cdot (2x^2 - x - 1)' = \frac{3}{2} \cdot \frac{4x - 1}{(2x^2 - x - 1)\sqrt{2x^2 - x - 1}}.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 1 = 0 \\ 2x^2 - x - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{4} \\ x^2 - 4x - 12 < 0 \end{cases} \quad \text{— решений нет.}$$

$$\max_{[2; 3]} f(x) = f(3) = -\frac{3}{\sqrt{14}}.$$

$$\min_{[2; 3]} f(x) = f(2) = -\frac{3}{\sqrt{5}}.$$

Ответ: наименьшее значение: $-\frac{3}{\sqrt{5}}$, наибольшее значение $-\frac{3}{\sqrt{14}}$.

282. Найти промежутки возрастания и убывания функции $f(x) = \sqrt{4x^2 - x - 3}$.

$$D(f) = \left(-\infty; -\frac{3}{4}\right] \cup [1; +\infty).$$

На области определения промежутки монотонности функции $f(x)$ совпадают с промежутками монотонности подкоренного выражения.

Пусть $g(x) = 4x^2 - x - 3$.

Поскольку $g(x)$ убывает на $\left(-\infty; \frac{1}{8}\right]$ и возрастает на $\left[\frac{1}{8}; +\infty\right)$, $f(x)$ убывает на луче $\left(-\infty; -\frac{3}{4}\right]$, и возрастает на луче $[1; +\infty)$.

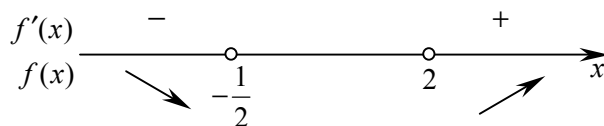
Ответ: на $[1; +\infty)$ $f(x)$ возрастает, на $\left(-\infty; -\frac{3}{4}\right]$ — убывает.

283. Найти промежутки возрастания и убывания функции $f(x) = \log_2(2x^2 - 3x - 2)$.

$$D(f) = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup (2; +\infty).$$

$$f'(x) = \frac{4x - 3}{(2x^2 - 3x - 2) \ln 2}.$$

Производная не имеет корней на $D(f)$.



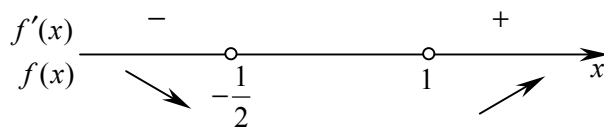
Ответ: на $(2; +\infty)$ $f(x)$ возрастает, на $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$ — убывает.

284. Найти промежутки возрастания и убывания функции $f(x) = -\frac{3}{\sqrt{2x^2 - x - 1}}$.

$$D(f) = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup (1; +\infty).$$

$$f'(x) = \frac{3(4x-1)}{2(\sqrt{2x^2-x-1})^3}.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{4} \\ 2x^2 - x - 1 > 0 \end{cases} \quad \text{— решений нет.}$$



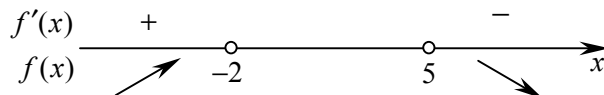
Ответ: на $(1; +\infty)$ $f(x)$ возрастает, на $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$ — убывает.

285. Найти промежутки возрастания и убывания функции $f(x) = \frac{5}{\sqrt{x^2-3x-10}}$.

$$D(f) = (-\infty; -2) \cup (5; +\infty).$$

$$f'(x) = -\frac{5(2x-3)}{2(\sqrt{x^2-3x-10})^3}.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2} \quad \text{— не принадлежит области определения.}$$



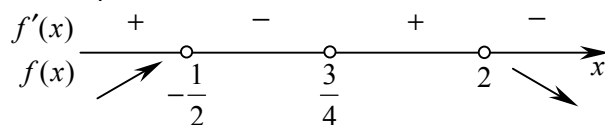
Ответ: на $(-\infty; -2)$ $f(x)$ возрастает, на $(5; +\infty)$ — убывает.

286. Найти промежутки возрастания и убывания функции $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(2x^2-3x-2)$.

$$D(f) = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup (2; +\infty).$$

$$f'(x) = \frac{4x-3}{(2x^2-3x-2)\ln\frac{1}{2}} = -\frac{4x-3}{(2x^2-3x-2)\ln 2}.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{4}$$



Ответ: на $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$ $f(x)$ возрастает, на $(2; +\infty)$ — убывает.

287. Рассматриваются всевозможные прямоугольные параллелепипеды, основания которых являются квадратами, а каждая из боковых граней имеет периметр 6 см. Найти среди них параллелепипед с наибольшим объемом и вычислить этот объем.

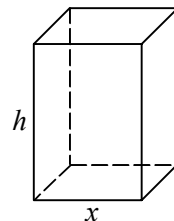
Пусть длина стороны основания параллелепипеда x , длина высоты — h см, $x, h > 0$. Тогда $P_{\text{боковой грани}} = 2x + 2h$, тогда $2x + 2h = 6 \Leftrightarrow h = 3 - x$.

Поскольку $V = S \cdot h$, имеем: $V(x) = x^2(3-x)$.

Найдем наибольшее значение $V(x)$ на промежутке $(0; 3)$

$$V'(x) = 0 \Leftrightarrow 6x - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

$$\max_{(0; 3)} V(x) = V(2) = 4 \text{ см}^3.$$



Ответ: это параллелепипед с ребрами 2, 2 и 1 см, его объем равен 4 см^3 .

288. Рассматриваются всевозможные прямоугольные параллелепипеды, объем каждого из которых равен 4 см^3 , а основания являются квадратами. Найти среди них параллелепипед с наименьшим периметром боковой грани и вычислить его.

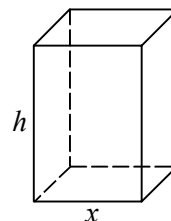
Пусть длина стороны основания $x \text{ см}$, $x > 0$. Так как $V = 4 \text{ см}^3$, боковое ребро равно $\frac{4}{x^2} \text{ см}$, имеем $P(x) = \left(\frac{4}{x^2} + x\right) \cdot 2$. Найдем наименьшее значение $P(x)$ для положительных x .

Найдем наибольшее значение $P(x)$ на промежутке $(0; +\infty)$

$$P'(x) = 0 \Leftrightarrow 2\left(1 - \frac{8}{x^3}\right) = 0 \Leftrightarrow x = 2.$$

$$\min_{(0; +\infty)} P(x) = P(2) = 6 \text{ см}.$$

Ответ: это параллелепипед с ребрами 2, 2 и 1 см, его периметр равен 6 см.



289. Рассматриваются всевозможные прямоугольные параллелепипеды, у которых одна из боковых граней является квадратом, а периметр нижнего основания равен 12 см. Найти среди них параллелепипед с наибольшим объемом и вычислить этот объем.

Пусть длина ребра боковой грани $x \text{ см}$, $x > 0$. Тогда стороны основания: $x \text{ см}$ и $(6 - x) \text{ см}$.

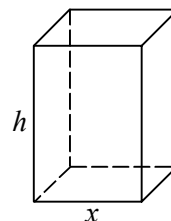
Имеем: $V(x) = x^2(6 - x)$.

Найдем наибольшее значение $V(x)$ на промежутке $(0; 6)$

$$V'(x) = 0 \Leftrightarrow 12x - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}.$$

$$\max_{(0; 6)} V(x) = V(4) = 32 \text{ см}^3.$$

Ответ: это параллелепипед с ребрами 4, 4 и 9 см, его объем равен 32 см^3 .



290. Рассматриваются всевозможные прямоугольные параллелепипеды, объем каждого из которых равен $0,5 \text{ см}^3$, а одна из боковых граней является квадратом. Найти среди них параллелепипед с наименьшим периметром основания и вычислить его.

Пусть длина ребра боковой грани $x \text{ см}$, $x > 0$. Тогда стороны основания: $x \text{ см}$ и $\frac{0,5}{x^2} \text{ см}$. Имеем: $P(x) = 2x + \frac{1}{x^2}$.

Найдем наименьшее значение $P(x)$ на промежутке $(0; +\infty)$

$$P'(x) = 0 \Leftrightarrow 2 - \frac{2}{x^3} = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

$$\min_{(0; +\infty)} P(x) = P(1) = 3 \text{ см}.$$

Ответ: это параллелепипед с ребрами 1, 1 и 0,5 см, его периметр равен 3 см.

