

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ

ЗАДАНИЯ 10: ЗАДАЧИ С ПРИКЛАДНЫМ СОДЕРЖАНИЕМ

ЭТО НАДО ЗНАТЬ

Любая из задач указанного типа может быть сведена либо к уравнению, либо к неравенству. Выбор того или иного пути решения чаще всего будет обусловлен личными предпочтениями решающего. Из общих соображений можно сказать, что решать уравнение, как правило, проще, чем неравенство, но интерпретация полученного решения иногда может быть затруднительна. В учебных целях мы предлагаем решать задачи двумя способами, вне зависимости от того, какой именно более эффективен в данной конкретной задаче.

ОСОБЕННОСТИ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ ЗАДАНИЙ

Задания с прикладным содержанием, представляют собой задачи на анализ явления, описываемого формулой функциональной зависимости. Каждая из фабул представляет собой описание того или иного явления с указанием формулы, которой оно описывается, параметров и констант в этой формуле и необходимых единиц измерения. В задачах с физическим содержанием все единицы измерения приведены в единой используемой в задаче системе единиц (СИ или СГС), перевод единиц измерения из одной системы в другую не требуется.

Решение предложенных задач условно можно разделить на несколько шагов: а) анализ условия и вычленение формулы, описывающей заданную ситуацию, а также значений параметров, констант или начальных условий, которые необходимо подставить в эту формулу; б) математическая интерпретация вопроса задачи — сведение ее к уравнению или неравенству и его решение; в) анализ полученного решения. Следует обратить особое внимание на интерпретацию результатов вычислений. Приведём примеры.

Задание 1. Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени для нагревательного элемента некоторого прибора определяется выражением $T(t) = T_0 + bt + at^2$, где t — время в минутах, $T_0 = 1400$ К, $a = -10$ К/мин², $b = 200$ К/мин. Известно, что при температуре нагревателя свыше 1760 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключать. Определите, через какое наибольшее время (в минутах) после начала работы нужно отключать прибор.

Решение. Определим, через какое время температура нагревателя станет равной 1760 К:

$$T = 1760 \Leftrightarrow 1400 + 200t - 10t^2 = 1760 \Leftrightarrow t^2 - 20t + 36 = 0.$$

Корнями полученного квадратного уравнения являются числа 2 и 18. Это означает, что уже через две минуты после начала работы температура достигнет предельной величины. Поэтому наибольшее время работы прибора не 18 минут, как могло бы показаться, а 2 минуты.

Ответ: 2.

Задание 2. Скорость автомобиля, разгоняющегося с места старта по прямолинейному отрезку пути длиной l км с постоянным ускорением a км/ч², вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$. Определите наименьшее ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав один километр, приобрести скорость не менее 100 км/ч. Ответ выразите в км/ч².

Решение. Задача сводится к решению уравнения $\sqrt{2la} = 100$ для длины пути $l = 1$ км:

$$\sqrt{2la} = 100 \Leftrightarrow \sqrt{2a} = 100 \Leftrightarrow 2a = 10000 \Leftrightarrow a = 5000 \text{ км/ч}^2.$$

Если ускорение автомобиля будет превосходить найденное, то, проехав один километр, гонщик наберет большую скорость, поэтому наименьшее необходимое ускорение равно 5000 км/ч^2 .

Заметим, что кажущееся на первый взгляд большим ускорение 5000 км/ч^2 , выраженное привычных нам в метрах в секунду, на самом деле небольшое; автомобиль действительно может его приобрести.

Ответ: 5 000.