

«КЕНГУРУ» — ВЫПУСКНИКАМ, 2008 год
тест готовности к продолжению образования

I. Верно ли равенство?

1. $\sqrt{2} \cdot \sqrt{162} = 18$.
2. $\sin 15^\circ + \sin 195^\circ = 0$.
3. $\frac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{5}} - \frac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$.
4. $0,2^{-4} \cdot 25^{-2} + \left(64^{\frac{1}{9}}\right)^3 = 7$.
5. $\log_2 50 = \frac{1+\lg 5}{1-\lg 5}$.

II. Верно ли утверждение?

1. $(a-b)(a^2+2ab+b^2) = (a^2-b^2)(a+b)$.
2. Число $3 + \sqrt{5}$ является корнем уравнения $t^2 - 6t - 4 = 0$.
3. Если $y = \frac{1-x}{1+x}$, то $x = \frac{1+y}{1-y}$.
4. Если уравнение $(x^2+ax-7)(x^2-ax-3) = 0$ имеет четыре корня, то сумма всех этих корней равна 0.
5. Если $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 5 = 0$, то $x + y = 3$.

III. Верно ли утверждение?

1. Угол между прямой $y = \frac{1}{2}x$ и осью абсцисс равен 30° .
2. Круги с центрами в точках $A(0; 0)$ и $B(10; 5)$ и радиусами 3 и 8 пересекаются.
3. При некотором a система уравнений $\begin{cases} xy = a, \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$ имеет ровно три решения.
4. Если прямые $y = kx + 1$ и $y = x$ пересекаются, то и прямые $y = kx + 3$ и $y = x$ тоже пересекаются.
5. Множество точек координатной плоскости, координаты которых удовлетворяют неравенствам $2|x| \leq y \leq 5 - 2|x|$, является параллелограммом.

IV. Верно ли, что все корни данного уравнения содержатся среди чисел $-3, -2, -1, 0, 1$?

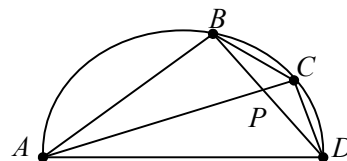
1. $x^2 = 2x + 3$.
2. $\sqrt{x-1} \cdot (2x-1) = 0$.
3. $2^{2x} + 2^{x+3} = 20$.
4. $x^3 - 5x^2 + 7x - 3 = 0$.
5. $|x+2| + |x| = 2$.

V. Верно ли утверждение?

1. Если суммы противоположных сторон четырехугольника равны между собой, то в этот четырехугольник можно вписать окружность.
2. Теорема Пифагора является частным случаем теоремы косинусов.
3. Диагональ многоугольника может быть больше, чем его полупериметр.
4. Среднее арифметическое углов выпуклого n -угольника возрастает с ростом n .
5. Сумма расстояний от точки внутри правильного тетраэдра до всех его граней не зависит от выбора этой точки.

VI. В окружность диаметра 1 вписан четырехугольник $ABCD$, причем точки A и D диаметрально противоположны. Угол BAD равен α , угол ADC равен β , BAC равен γ . Верно ли утверждение?

1. $\angle ABD = 90^\circ$.
2. Треугольники ABP и CPD подобны.
3. $CD = \sin \beta$.
4. $\sin \gamma = \cos(\alpha + \beta)$.
5. $BC = \sin \gamma$.



VII. Дана функция $y = \lg(2^x + 10)$. Верно ли утверждение?

1. Функция определена при всех действительных x .
2. $y(10) \leq 3$.
3. Область значений функции — интервал $(1; +\infty)$.
4. Весь график функции расположен выше прямой $y = \frac{x}{3}$.
5. Значение y не может быть целым числом ни при каком целом x .

VIII. Функции $f(x)$ и $g(x)$ заданы на отрезке $[0; 4]$ своими графиками (части графиков, отвечающие промежуткам $[0; 1]$ и $[3; 4]$, составлены из отрезков прямых). Верно ли утверждение?

1. Множество значений функции $f(x)$ — это отрезок $[-2; 3]$.
2. Множество решений неравенства $f(x) \leq 1$ состоит из трех отрезков.
3. $f(x) + g(x) \leq 0$ при всех $x \in [0; 1]$.
4. При $x = 2,5$ производные функций $f(x)$ и $g(x)$ имеют одинаковые знаки.
5. Уравнение $f(x) \cdot g(x) = -2$ имеет решение на отрезке $[3; 4]$.

IX. Верно ли утверждение?

1. Если первые два члена арифметической прогрессии равны 2 и 8, то эта прогрессия содержит число 64.
2. Если в последовательности каждый следующий член на 20% больше предыдущего, то эта последовательность — геометрическая последовательность.
3. При некотором натуральном n число $10^n + 4$ делится на 3.
4. 2^5 — самая большая степень числа 2, на которую делится число $10! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 10$.
5. Число четырехбуквенных «слов» с неповторяющимися буквами, составленных из букв А, Б, В, Г, Д, Е и начинающихся с гласной, равно 120.

X. Верно ли, что данное неравенство выполняется для всех x из промежутка $[-1; 1]$?

1. $x^2 > 5x - 6$.
2. $\log_2(x^2 + 4x + 4) > 2$.
3. $\frac{3}{x-2} \leq x$.
4. $\operatorname{tg}^2 \frac{x}{2} \leq \frac{1}{3}$.
5. $\sqrt{x+1} > x$.

XI. Дана функция $A(x) = \sin 2x - \cos 2x$. Верно ли утверждение?

1. Число π является периодом функции $A(x)$.
2. $A^2(x) = 1 + \sin 4x$.
3. $1 + \frac{1}{2}A(x) = \sin^2 x + \sin^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.
4. Уравнение $A(x) = 2$ имеет решение.
5. График функции $y = A(x)$ имеет ось симметрии.

XII. В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ ребро основания равно 2, а боковое ребро равно 1. Верно ли утверждение?

1. Среди ребер призмы 8 лежат на прямых, скрещивающихся с AB .
2. $D_1 B = \sqrt{13}$.
3. Плоскость, проходящая через точки A_1 , D_1 , B , проходит и через точку C .
4. Если φ — величина двугранного угла между плоскостями ABC и $A_1 D_1 B$, то $\operatorname{ctg} \varphi = 2\sqrt{3}$.
5. Объем шара, описанного около этой призмы, больше 34.

